FIABILITATE

În proiectarea şi construcţia diferitelor echipamente este necesară asigurarea siguranţei în funcţionare a acestora; această condiţie a condus la utilizarea în proiectare a anumitor coeficienţi de siguranţă.

Noţiunile de fiabilitate şi siguranţă în funcţionare au apărut şi evidenţiază preocuparea pentru găsirea unor modele matematice şi metode de calcul care să permită realizarea de previziuni cât mai corecte în ceea ce priveşte comportarea, pe o anumită durată de timp, a instalaţiilor şi echipamentelor în condiţii de exploatare cunoscute.

Fiabilitatea s-a impus ca o ştiinţă interdisciplinară cu metode de calcul specifice care urmăreşte determinarea nivelului de siguranţă optim în condiţii de economicitate a realizării instalaţiilor tehnice şi cu respectarea cerinţelor procesului tehnologic.

Fiabilitatea funcţionării se poate aprecia calitativ prin capacitatea unui sistem de a funcţiona fără defecţiuni pe o anumită perioadă de timp şi în condiţii de exploatare date.

Din punct de vedere cantitativ, fiabilitatea va fi apreciată prin probabilitatea ca sistemul tehnic supus studiului să-şi îndeplinească funcţiile specificate, cu performanţele cerute, pe o perioadă şi în condiţii de exploatare cunoscute.

Fiabilitatea are aplicaţii deosebit de numeroase în domeniul energetic datorită complexităţii structurale şi funcţionale deosebite a sistemelor utilizate şi necesităţii asigurării unui nivel de siguranţă ridicat.

Nefuncţionarea accidentală a unor subsisteme energetice poate conduce la pagube materiale importante atât la nivelul producerii, transportului şi distribuţiei energiei cât şi la nivelul utilizatorilor acesteia.

Aplicarea modelelor referitoare la fiabilitatea sistemelor în domeniul energetic, pe lângă posibilitatea estimării indicatorilor de continuitate în exploatare a unei instalaţii energetice, permite şi alegerea unei variante optime a structurii instalaţiei din mulţimea soluţiilor posibile, care să permită realizarea indicatorilor de continuitate în funcţionare doriţi cu cheltuieli minime.

1.Noţiuni şi relaţii de calculul probabilităţilor

În teoria probabilităţilor noţiunile de bază sunt *experimentul* (în accepţiunea curentă), *evenimentele* ca rezultat al experimentului şi *probabilităţile* de realizare a evenimentelor.

Se consideră că la repetarea experimentului factorii care influenţează desfăşurarea acestuia sunt mereu aceiaşi şi întotdeauna îndepliniţi, existând întotdeauna un rezultat al experimentului.

Evenimentul este o abstracţie matematică ce poate fi constatată ca rezultatul unei experienţe.

De exemplu, dacă un echipament este în stare de funcţionare spunem că este realizat evenimentul definit ca "echipamentul funcţionează" notat cu A; dacă echipamentul respectiv nu funcţionează spunem că avem un eveniment complementar lui A notat cu $\overline{A}$.

Experimentele tratate de către teoria probabilităţilor au un caracter aleatoriu (întâmplător) şi nu un caracter determinist.

Un eveniment care se produce în mod sigur la efectuarea unei experienţe se numeşte *eveniment sigur*; de exemplu, la testarea stării de funcţionare a unui echipament în mod sigur echipamentul respectiv va fi găsit în stare de funcţionare sau nu; deci, pentru această experienţă, evenimentul definit ca "echipamentul funcţionează sau nu" este un eveniment sigur.

Un eveniment care nu se poate produce la efectuarea unei experienţe poartă numele de *eveniment imposibil* (notat cu ϕ); în cazul experienţei anterioare, dacă definim un eveniment ca "echipamentul se găseşte în acelaşi timp în stare de funcţionare şi în stare de nefuncţionare", acesta reprezintă un eveniment imposibil.

Un eveniment care se poate produce sau nu la realizarea unei experienţe se numeşte *eveniment aleator* (întâmplător).

Două evenimente sunt *incompatibile* (disjuncte) între ele dacă nu pot avea loc în acelaşi timp.

Două evenimente sunt *independente* între ele dacă realizarea unuia dintre ele nu influențează realizarea celuilalt.

Două evenimente sunt *dependente* unul de celălalt dacă realizarea unuia dintre ele este influențată de realizarea celuilalt.

Dacă în urma a *n* experiențe care au loc în condiții identice un eveniment notat cu A se realizează în medie de *m* ori, raportul *m/n* se numeşte probabilitatea evenimentului A şi se notează cu P(A).

Deci, sub formă generală, probabilitatea unui eveniment se defineşte ca raportul dintre numărul de situații favorabile realizării evenimentului respectiv şi numărul de situații posibile:

$$P(A) = \frac{\text{numarul de situatii favorabile}}{\text{numarul de situatii posibile}} \qquad (1)$$

După cum se observă din definiție, probabilitatea unui eveniment este egală cu frecvența de realizare a evenimentului respectiv atunci când numărul de experiențe tinde la infinit.

Dintre definițiile date probabilităților prezentăm în continuare definiția axiomatică a lui Kolmogorov:

a)unei experiențe îi corespunde întotdeauna un câmp de evenimente (evenimente care se pot produce ca urmare a experienței respective).

b)fiecărui eveniment A al câmpului îi corespunde un număr pozitiv P(A) numit probabilitate a evenimentului A care îndeplineşte următoarele condiții:

-este cuprinsă intre 0 şi 1: $0 \le P(A) \le 1$;

-probabilitatea evenimentului sigur este egală cu 1;

-probabilitatea reuniunii a două evenimente incompatibile între ele este egală cu suma probabilităților celor două evenimente:

$$A \cap B = \phi \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad (2)$$

Din această definiție a probabilităților rezultă următoarele proprietăți ale acestora:

1.Dacă $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ sunt evenimente incompatibile între ele două câte două atunci probabilitatea reuniunii lor este egală cu suma probabilităților evenimentelor:

$$A_i \cap A_j = \phi \;\; i \neq j \Rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + \ldots + P(A_n) \quad (3)$$

2.Dacă A_1, A_2, $A_3, \ldots, A_n$ sunt evenimente independente între ele două câte două, atunci probabilitatea intersecției lor este egală cu produsul probabilităților evenimentelor:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \ldots \cdot P(A_n) \quad (4)$$

Dacă avem două evenimente A şi B dependente, se numeşte *probabilitate a evenimentului B condiționat de evenimentul A* probabilitatea de producere a evenimentului B ştiind că înaintea lui s-a produs evenimentul A:

$$P_{(B/A)} = \frac{P_{(A \cap B)}}{P_{(A)}} \qquad (5)$$

2.Termeni generali folosiţi în analiza siguranţei în funcţionare

Prin *fiabilitate* se înţelege capacitatea unui element, dispozitiv sau instalaţie de a-şi îndeplini funcţia speificată în condiţii date, de-a lungul unei perioade de referinţă date.

Noţiunea de fiabilitate este sinonimă cu noţiunea de siguranţă în funcţionare .

Mentenanţa este ansamblul tuturor acţiunilor tehnice şi organizatorice care le sunt asociate, efectuate în scopul menţinerii sau restabilirii unui ansamblu funcţional în starea de a-şi îndeplini funcţia specificată.

Prin *mentenabilitate* se înţelege capacitatea unui element, dispozitiv sau instalaţie, în condiţii date de exploatare, de a fi menţinut sau restabilit în starea de a-şi îndeplini funcţia pentru care a fost realizat, atunci când mentenanţa se efectuează în condiţii date, cu procedee şi remedii specificate.

Rata (intensitatea) de defectare z(t) reprezintă probabilitatea ca un element care a funcţionat fără defect până la momentul t să se defecteze în intervalul de timp foarte scurt Δt imediat următor momentului t, raportată la acest interval de timp; pentru repartiţia exponenţială, rata de defectare se notează cu λ.

Rata (intensitatea) de reparare $\mu(t)$ reprezintă probabilitatea condiţionată ca un element care a fost defect până la momentul t să fie reparat în următorul interval de timp foarte scurt Δt, raportată la acest interval de timp.

Similar cu aceasta se defineşte şi *rata (intensitatea) de înlocuire* $\nu(t)$.

Prin *durată de viaţă* se înţelege intervalul de timp de la realizarea unui element până la scoaterea lui definitivă din funcţiune.

Studiul fiabilităţii instalaţiilor energetice presupune calcularea anumitor indicatori de fiabilitate care au drept scop să determine nivelul de fiabilitate prin indicatori numerici.

Principalii indicatori de fiabilitate care pot fi calculaţi în cazul instalaţiilor energetice sunt:

1.*Probabilitatea de funcţionare neîntreruptă pe un interval de timp* $(0,t)$ reprezintă probabilitatea ca elementul respectiv să funcţioneze neîntrerupt pe tot intervalul de timp respectiv; acest indicator se mai numeşte şi *funcţie de fiabilitate* şi se notează cu $R(t)$.

2.*Probabilitatea de funcţionare neîntreruptă pe un interval de timp* $(t,t+x)$ reprezintă probabilitatea ca un element aflat în funcţiune la momentul t să rămână în acastă stare şi în intervalul de timp $(t,t+x)$.

3.*Probabilitatea de succes P* este probabilitatea ca instalaţia (elementul) respectiv să-şi realizeze funcţia specificată.

4.*Probabilitatea de insucces (de nefuncţionare) Q* este probabilitatea ca instalaţia respectivă să nu-şi realizeze funcţia specificată.

5.*Timpul mediu de funcţionare între două defecte MTBF* este valoarea medie a timpului de funcţionare între două defectări succesive ale instalaţiei respective; se mai numeşte şi timp mediu de bună funcţionare.

6.*Timpul mediu de funcţionare până la primul defect MTTF* este valoarea medie a timpului de funcţionare a instalaţiei de la punerea ei în funcţiune până la primul defect.

7.*Timpul mediu de reparare sau de înlocuire* $M[T_d]$ *sau* $M[T_i]$ reprezintă valoarea medie a timpului între două stări de succes de funcţionare consecutive în cursul cărora instalaţia respectivă se repară sau se înlocuieşte.

8.*Durata medie totală de succes în perioada T* (notată $M[\alpha(T)]$) este durata medie totală a stărilor de succes în intervalul (0,T).

9.*Durata medie totală de insucces în perioada T* (*M[β(T)]*) este durata medie totală a stărilor de insucces eliminate prin reparaţii şi/sau înlocuiri în intervalul (0,*T*).

10.*Durata probabilă de utilizare a puterii disponibile în perioada de referinţă T* este raportul dintre energia probabilă ce poate fi produsă în intervalul de timp (0,*T*) şi puterea disponibilă a grupului (centralei) şi se notează cu T_{pd}.

11.*Durata probabilă de utilizare a puterii instalate în perioada de referinţă T* este raportul dintre energia probabilă ce poate fi produsă în intervalul de timp (0,*T*) şi puterea instalată a grupului (centralei) şi se notează cu T_{pi}.

Siguranţa în exploatare este o caracteristică ce se modifică în timp .

O fiabilitate mică şi o rată de defectare mare conduc la un nivel ridicat al cheltuielilor în exploatare care pot să depăşească în anumite condiţii cheltuielile iniţiale făcute pentru realizarea echipamentului respectiv .

Din contră, o fiabilitate foarte ridicată şi o rată de defectare foarte mică conduc la o micşorare foarte importantă a cheltuielilor de exploatare, dar şi la o mărire exagerată a preţului produsului respectiv.

Teoria fiabilităţii este o disciplină care studiază legile generale de care trebuie să se ţină cont la proiectarea, experimentarea, fabricarea, recepţia şi exploatarea produselor pentru obţinerea unei eficienţe maxime în urma exploatării lor .

Teoria fiabilităţii interferează cu teoria riscului, care urmăreşte să diminueze pierderile şi riscul de defectare .

Noţiunile principale ale acestei teorii sunt acelea de defectare şi nedefectare .

Prin *defectare* (pană) înţelegem o modificare a parametrilor produsului respectiv care conduce la pierderea capacităţii de funcţionare .

Prin *nedefectare* înţelegem capacitatea produsului de a-şi menţine capacitatea de funcţionare un interval dat, timp determinat de condiţiile de exploatare .

Noţiunea de defectare este utilă deoarece ea permite să se introducă diferite caracteristici numerice ale siguranţei în funcţionare .

Prin *durabilitate* a unui produs se înţelege capacitatea de a funcţiona un timp îndelungat în condiţiile unei deserviri tehnice corespunzătoare, în care intră şi diferitele categorii de reparaţii.

În general durata de viaţă a unui produs este diferită de durata de nedefectare, fiind influenţată de mentenanţa sa .

Aceasta caracterizează capacitatea de prevenire, de detecţie şi de eliminare a defectelor produsului respectiv .

Considerăm că funcţionarea începe la momentul t=0 iar defecţiunea apare la momentul $t=\tau$.

Prin τ desemnăm durata de viaţă a produsului, şi notăm cu Q(t) probabilitatea ca produsul să se defecteze înainte de momentul t (durata de viaţă τ a acestuia să fie mai mică decât t):

$$Q(t) = P(\tau < t) \qquad (6)$$

Presupunem că funcţia Q(t) este continuă şi are densitatea de repartiţie continuă notată $q(t)$:

$$q(t) = Q'(t) \qquad (7)$$

În acelaşi timp, foarte folosită este funcţia :

$$P(t) = 1 - Q(t) = P(\tau \geq t) \qquad (8)$$

care reprezintă probabilitatea ca produsul să funcţioneze fără să se defecteze până la momentul t .

Funcția $P(t)$ se numeşte funcție de fiabilitate sau de siguranță; ea este monoton descrescătoare şi :

$$\begin{gathered} P(0)=1 \\ \lim_{t\to\infty} P(t)=0 \end{gathered} \qquad (9)$$

Din experiență se poate găsi o forma apropiată de $P(t)$.

Presupunem mai întâi că trebuie să găsim valoarea acestei funcții pentru $t=t_0$ adică probabilitatea de a funcționa fără defecțiune tot timpul t_0 .

Facem o experiență încercând N elemente identice în aceleaşi condiții în cursul lui t_0 .

Presupunem că la momentul când experiența s-a terminat, n elemente funcționează încă .

Experiența poate fi considerată ca o serie de N experiențe independente în cursul cărora are loc unul din cele două evenimente: s-a defectat produsul sau nu s-a defectat .

Raportul n/N reprezintă probabilitatea evenimentului al doilea şi :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{n}{N} \to P(t_0) \qquad (10)$$

ceea ce înseamnă că pentru N suficient de mare cu o probabilitate apropiată de 1 are loc egalitatea aproximativă:

$$\frac{n}{N} \approx P(t_0) \qquad (11)$$

Dacă dorim să găsim funcția $P(t)$ pentru orice $t<t_0$, trebuie să efectuăm experiențe pe toată durata t_0 şi să notăm momentele de apariție a defectelor .

Se determină funcția $n(t)$ egală cu numărul de elemente care nu s-au defectat încă până la momentul t .

La momentul inițial această funcție are valoarea $n_{(0)}=N$.

Raportul :

$$P_N(t)=\frac{n(t)}{N} \qquad (12)$$

se numeşte funcție empirică de fiabilitate .

Când N creşte această funcție converge uniform către $P(t)$ şi pentru valori mari ale lui N are loc egalitatea aproximativă :

$$P_N(t)=\frac{n(t)}{N} \approx P(t) \qquad (13)$$

Trebuie să remarcăm că dacă experiența s-a efectuat pentru un interval de timp, atunci nu putem să spunem nimic despre această funcție în afara intervalului, ea neputând fi, în general, extrapolată.

Însă, dintr-o experiență anterioară sau din considerații fizice, putem cunoaşte forma funcției $P(t)$ care se poate exprima printr-o formulă care conține unul sau mai mulți parametri necunoscuți.

Prin efectuarea unui număr de experiențe putem determina aceşti parametri şi odată cu ei funcția $P(t)$ pe tot intervalul .

Deoarece determinarea funcției de utilitate (funcționare fără defect) necesită un volum mare de experiențe, fiabilitatea unui produs este caracterizată în general de durata medie de funcționare a acestuia :

$$T_0 = M\tau = \int_0^\infty tq(t)dt = -tP(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty P(t)dt \qquad (14)$$

Durata medie poate fi dedusă din rezultatele experienţei; fie τ_1 ,..., τ_N duratele de viată experimentale; atunci :

$$\overline{\tau} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\tau_i}{N} \qquad (15)$$

şi :

$$\lim_{N \to \infty} \overline{\tau} = T_0 \qquad (16)$$

De aceea, când N este suficient de mare, are loc egalitatea aproximativă :

$$\overline{\tau} \approx T_0 \qquad (17)$$

O altă caracteristică a fiabilităţii unui produs este dispersia duratei de viaţă :

$$D\tau = M(\tau - T_0)^2 = 2\int_0^{\infty} tP(t)dt - T_0^2 \qquad (18)$$

care poate fi de asemenea estimată în cursul experienţei :

$$\overline{D}\tau = s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\tau_i - \overline{\tau})^2}{N - 1} \qquad (19)$$

Valoarea $\overline{D}\tau$ ne dă abaterea medie pătratică a timpului τ de la valoarea lui medie .

3 Rata de defectare a unui produs

Rata defectării unui produs este caracteristica cea mai utilizată pentru a caracteriza fiabilitatea echipamentelor.

Dacă vom considera că un echipament a funcționat fără defect până în momentul t, dorim să determinăm care este probabilitatea ca el să nu se defecteze în intervalul (t,t_1), probabilitate pe care o notăm cu $P(t,t_1)$.

Notăm cu B evenimentul ca produsul să nu se defecteze în intervalul $(0,t)$ şi cu A evenimentul ca produsul să funcţioneze în intervalul (t,t_1) .

Probabilitatea căutată este :

$$P(t,t_1) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad (20)$$

Evenimentul $A \cap B$ înseamnă funcționarea fără defect în intervalul $(0,t_1)$; atunci :

$$P(t,t_1) = \frac{P(t_1)}{P(t)} \qquad (21)$$

Probabilitatea ca să se defecteze în intervalul (t,t_1) se va exprima astfel :

$$Q(t,t_1) = 1 - P(t,t_1) = \frac{P(t) - P(t_1)}{P(t)} \qquad (22)$$

Punând $t_1=t+\Delta t$, vom putea scrie:

$$Q(t,t+\Delta t) = \frac{P(t) - P(t+\Delta t)}{P(t)} = -\frac{P'(t)}{P(t)}\Delta t + O(\Delta t) \quad (23)$$

(unde $O(\Delta t)$ este un rest proporțional cu Δt) şi introducem notația :

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)} \qquad (24)$$

iar când Δt este mic :

$$Q(t,t+\Delta t) \approx \lambda(t)\Delta t \qquad (25)$$

Din această formula se vede că $\lambda(t)$ este o caracteristică locală a fiabilității care determină fiabilitatea la orice moment t.

Spunem că $\lambda(t)$ este probabilitatea ca produsul să funcționeze fără defecțiune până la momentul t şi să se defecteze în cursul unității de timp imediat următoare (dacă această unitate este mică).

Funcția $\lambda(t)$ este densitatea de repartiție a probabilității de defectare la momentul t condiționată de faptul că elementul a funcționat fără defect până în acest moment .

Funcția $\lambda(t)$ se numeşte *rata defectării* produsului .

Relația dintre funcția de utilitate $P(t)$ şi rata de defectare se poate determina foarte uşor :

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \qquad (26)$$

Din această formulă rezultă că probabilitatea de funcționare fără defect pe toată durata dintre t_1 şi t_2 este:

$$P(t_1,t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)dt} \qquad (27)$$

Rata defectării poate fi determinată experimental: vom considera *N* elemente şi defectele lor; fie $n(t)$ numărul de elemente ce se defectează la momentul t .

Atunci, pentru Δt suficient de mic şi N suficient de mare, putem considera :

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)} \approx \frac{P(t) - P(t+\Delta t)}{\Delta t P(t)} = \frac{\frac{n(t) - n(t+\Delta t)}{N}}{\Delta t \frac{n(t)}{N}} = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} \qquad (28)$$

unde Δn este numărul de defecţiuni în intervalul $(t,t+\Delta t)$.

Din punct de vedere statistic, rata de defectare este egală cu raportul dintre numărul de defecte ce se produc într-o unitate de timp şi numărul elementelor care mai funcţionează încă până în acel moment .

Cu această interpretare statistică, $\lambda(t)$ este într-adevăr o caracteristică locală a fiabilităţii unui produs .

În fig.13 este reprezentată variaţia în timp a ratei de defectare a unui produs.

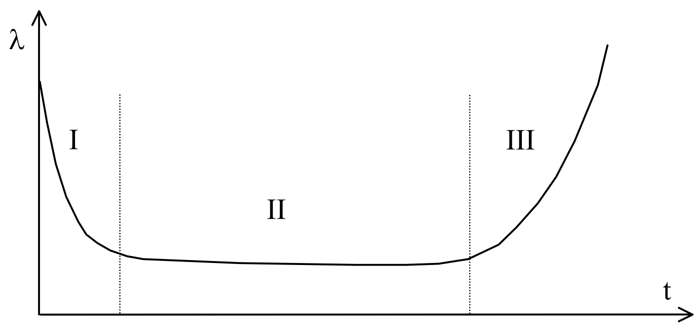

Fig.13
Variaţia ratei de defectare în timp

După cum se observă, pe durata de viaţă a produsului există trei zone:

-zona I care are o rată de defectare relativ mare, în care se manifestă defectele de fabricaţie ascunse ale produsului şi care corespunde perioadei de rodaj, în care aceste defecte apar şi se pot elimina;

-zona II care corespunde zonei de funcţionare normală, în care rata de defectare are valoare mică şi aproximativ constantă;

-zona III în care rata de defectare creşte foarte mult, corespunde perioadei de îmbătrânire a echipamentului respectiv.

Această caracteristică are o alură diferită de la un produs la altul, în funcţie de tehnologia de realizare şi de proiectarea produsului; se pot obţine caracteristici pentru care zona I să fie practic inexistentă (prin folosirea de subansamble testate ïn prealabil), sau caracteristici la care zona II să fie foarte scurtă ca durată.

Prin proiectare se încearcă să se obţină o caracteristică la care zona II să fie cât mai mare ca durată şi pentru care valoarea λ să fie cât mai mică.

4. Studiul fiabilității componentelor nereparabile utilizând algebra evenimentelor

a)Elemente independente legate în serie

Considerăm că avem un ansamblu format din *n* elemente legate funcțional în serie: ansamblul format din cele *n* elemente este în stare de funcționare dacă toate cele *n* elemente sunt în stare de funcționare.

Aceasta înseamnă că evenimentul "*ansamblul este în stare de funcționare*" este echivalent din punct de vedere probabilistic cu evenimentul "*elementul* 1 *este în stare de funcționare*"$\cap$ "*elementul* 2 *este în stare de funcționare*"$\cap$ . . . $\cap$"*elementul n este în stare de funcționare*", unde semnul $\cap$ este transcrierea grafică a operatorului logic "şi".

Deoarece elementele au fost presupuse independente (defectarea unuia dintre ele nu depinde de starea în care se găseşte un alt element al ansamblului), rezultă că probabilitatea realizării bunei funcționări a ansamblului este egală cu produsul probabilităților de realizare a bunei funcționări a fiecărui element:

$$R_e = R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_n = \prod_{i=1}^{n} R_i \qquad (29)$$

Probabilitatea de defectare a sistemului va fi:

$$Q_e = 1 - R_e = 1 - \prod_{i=1}^{n} R_i \qquad (30)$$

b)Elemente independente legate în paralel

Considerăm că avem un ansamblu format din n elemente funcționale identice sau nu legate funcțional în paralel adică întregul ansamblul format din cele n elemente este în stare de funcționare dacă cel puțin unul din cele n elemente este în stare de funcționare.

Din punct de vedere probabilistic evenimentul "*ansamblul este în stare de funcționare*" este echivalent cu evenimentul "*elementul* 1 *este în stare de funcționare*" $\cup$ "*elementul* 2 *este în stare de funcționare*" $\cup$ . . . $\cup$ "*elementul n este în stare de funcționare*", unde semnul $\cup$ este transcrierea grafică a operatorului logic "*sau*".

Deci avarierea sistemului este dată de avarierea simultană a tuturor elementelor sale componente, ceea ce poate fi transcris ca: "*ansamblul este defect*" este echivalent din punct de vedere probabilistic cu evenimentul "*elementul* 1 *este defect*" $\cap$ "*elementul* 2 *este defect*"$\cap$ . . . $\cap$ "*elementul n este defect*" şi ținând cont că elementele sunt independente:

$$\begin{aligned} Q_e &= Q_1 \cdot Q_2 \cdot \ldots \cdot Q_n = \prod_{i=1}^{n} Q_i \\ R_e &= 1 - Q_e = 1 - \prod_{i=1}^{n} Q_i \end{aligned} \qquad (31)$$

c)Utilizarea diagramei de probabilități

Această metodă presupune luarea în calcul a tuturor situațiilor care pot apărea în exploatarea instalației respective. Fiecare element al schemei se poate afla în stare de funcționare (notată cu 1) sau în stare de defect (notată cu 0).

Ținând cont de acest lucru se poate realiza un tabel, care în cazul unui sistem cu *n* elemente are 2^n linii, cuprinzând toate situațiile practice care pot apărea în exploatare (toate combinațiile posibile de stări ale elementelor).

De exemplu, pentru un ansamblu cu 3 elemente el are structura prezentată în tab.4.

Elementul / Situația posibilă	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	0
3	1	0	1
4	1	0	0
5	0	1	1
6	0	1	0
7	0	0	1
8	0	0	0

Tab.4
Situațiile posibile pentru un ansamblu de trei elemente.

Acest tabel se înlocuieşte cu tabela probabilităților de realizare a stărilor respective R sau Q calculând probabilitățile de realizare a diferitelor stări.

De exemplu pentru starea 1 probabilitatea de realizare a ei este $R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$, pentru starea 2: $R_1 \cdot R_2 \cdot Q_3$, pentru starea 3: $R_1 \cdot Q_2 \cdot R_3$ şi aşa mai departe.

Din acest tabel se poate determina probabilitatea de funcționare totală prin însumarea probabilităților de realizare a situațiilor care corespund unei stări de funcționare a ansamblului elementelor.

4. Modele probabilistice de studiu a fiabilității bazate pe lanțuri Markov

Funcționarea oricărui element al unui sistem energetic (centrală electrică, stație de transformare, linie electrică de transport etc.) se caracterizează printr-o succesiune de stări care descriu regimurile de funcționare normale sau de avarie .

Datorită naturii probabilistice a stărilor prin care trece instalația respectivă, se poate admite că evoluția procesului este descrisă de un proces aleatoriu.

Evoluția procesului respectiv este definită de o familie de variabile care descriu traiectoria procesului.

Cunoaşterea stărilor sistemului la momentele consecutive t_1, t_2,...,t_n anterioare lui t contribuie la cunoaşterea stării în momentul t prin colectarea unor informații referitoare la starea din momentele anterioare, dar cuprinse toate în starea cea mai recentă, respectiv starea din momentul t_n.

Trebuie ținut cont de faptul că în general un sistem poate ajunge într-o anume stare prin mai multe succesiuni de stări, modul în care sistemul respectiv a ajuns aici influențând funcționarea sa ulterioară, şi deci şi indicatorii care caracterizează fiabilitatea sistemului pentru momentul t_n.

Procesul care are o asemenea evoluție caracterizată de faptul că starea în care va trece sistemul depinde atât de starea în care se găseşte acesta cât şi de modul în care sistemul a ajuns în această stare se numeşte *proces Markov*.

Pentru un proces Markov vom nota cu $P(t,e;\theta,\xi)$ probabilitatea ca procesul să fie în starea ξ la momentul θ ştiind că a fost în starea e la momentul t.

Se spune că un proces Markov este omogen în timp dacă probabilitățile P nu sunt afectate de o translație în timp, adică:

$$\mathrm{P}(t+t_1,e;\theta+t_1,\xi)=P(t,e;\theta,\xi) \qquad (32)$$

pentru orice valoare a lui t_1.

Procesele Markov care nu sunt omogene se numesc procese Markov discrete.

Schema tehnologică a oricărei instalații energetice este alcătuită din componente dispuse într-o anumită configurație care asigură producția, transportul, distribuția energiei electrice sau termice.

Diferitele combinații posibile de componente în funcțiune, scoase temporar din funcțiune sau în reparație ca urmare a avariilor definesc stările prin care poate evolua instalația.

Unele dintre aceste stări conduc la satisfacerea cerințelor consumatorilor şi se numesc stări de succes, iar altele nu satisfac (parțial sau total) aceste cerințe şi se numesc stări de defect sau de insucces.

În parcursul exploatării ansamblul trece de la o stare la alta pe măsură ce unele componente ale sale se defectează, altele reintră în funcțiune ca urmare a reparării iar altele sunt înlocuite.

În regim normal de funcționare se consideră că defectarea unui element sau reintrarea sa în funcționare după o reparație nu depinde în mod direct de timp, ci numai de intervalul de timp de la intrarea lor în funcțiune, respectiv de la intrarea lor în reparație, ceea ce corespunde proceselor Markov omogene.

Dacă notăm cu $\{x(t);t>0\}$ familia de variabile care caracterizează lanțul Markov finit şi cu timp continuu şi cu $\mathrm{P}\{x(s)=i\}$ probabilitatea ca la momentul $t=s$ sistemul să se găsească în starea i (unde i este o stare în care se poate afla sistemul), desemnăm prin $p_{ij}(s;s_1)$ probabilitatea ca sistemul să fie în starea j la momentul s_1 ştiind că a fost în starea i la momentul s unde $s<s_1$:

$$p_{ij}(s;s_1)=\mathrm{P}\{x(s_1)=j;x(s)=i\} \qquad (33)$$

Dacă $s=s_1$ se deduce că: $p_{ij}(s;s)=\delta_{ij}$ unde δ_{ij} este simbolul lui Kroneker (ia valoarea 1 dacă $i=j$ şi 0 dacă $i\neq j$).

Prin $[p_{ij}(s;s_1)]$ desemnăm matricea de tranziție între stările i şi j pentru momentele s şi s_1.

Considerând momentele s şi $s+t$ şi notând:

$$p_{ij}(t)=p_{ij}(s;s+t) \qquad (34)$$

se poate scrie că probabilitatea ca la momentul $s+t$ sistemul să se găsească în starea j este egală cu suma produselor dintre probabilitatea ca la momentul anterior s sistemul să se găsească în starea i şi probabilitatea ca sistemul fiind în momentul s în starea i să treacă în momentul următor $s+t$ în starea j:

$$P_j(s+t)=\sum_{i=1}^{N} P_i(s)\cdot p_{ij}(t) \qquad (35)$$

unde N este numărul de stări în care se poate afla sistemul.

Pentru lanţurile Markov omogene probabilităţile de tranziţie p_{ij} satisfac relaţiile:

$$\begin{gathered} p(s+t)=p(s)\cdot p(t) \\ p(0)=[\delta_{ij}] \end{gathered} \qquad (36)$$

unde prin $p(t)$ am notat matricea de tranziţie $[p_{ij}(t)]$.

Dacă derivăm prima relaţie în raport cu s în punctul s=0 se obţine următoarea ecuaţie matriceală:

$$p'(t)=p'(0)\cdot p(t) \qquad (37)$$

care reprezintă un sistem de ecuaţii diferenţiale.

Dacă o derivăm în raport cu t punctul t=0 obţinem:

$$p'(s)=p(s)\cdot p'(0) \qquad (38)$$

sau, schimbând notaţia parametrilor t şi s:

$$p'(t)=p(t)\cdot p'(0) \qquad (39)$$

Introducând notaţia $q=p'(0)$, din relaţiile anterioare se observă că matricea q, ale cărei elemente satisfac relaţiile:

$$\begin{gathered} q_{ij}\geq 0 \quad \text{pentru } i\neq j \\ q_{ii}\leq 0 \\ \sum_{j=1}^{N} q_{ij}=0 \end{gathered} \qquad (40)$$

permite determinarea elementelor matricei p: dacă sunt cunoscute elementele lui q pot fi determinate elementele matricei p.

Transcriind matriceal relaţia (35) care ne dă probabilitatea ca sistemul să se afle în starea j:

$$\mathrm{P}(s+t)=\mathrm{P}(s)\cdot p(t) \qquad (41)$$

unde prin $\mathrm{P}(s)$ am notat vectorul linie având ca elemente $\mathrm{P}_j(s)$ şi derivând în raport cu t punctul t=0 se obţine:

$$\mathrm{P}'(s)=\mathrm{P}(s)\cdot p'(0)=\mathrm{P}(s)\cdot q \qquad (42)$$

sau transcriind pentru variabila t:

$$\mathrm{P}'(t)=\mathrm{P}(t)\cdot q \qquad (43)$$

Aşa cum se observă, dacă se cunoaşte matricea q, din sistemul de ecuaţii diferenţiale reprezentat sub formă matriceală de relaţia anterioară, se pot determina probabilităţile $\mathrm{P}_j(t)$.

Matricea probabilităților de tranziție p este o matrice pătrată de ordinul n (nr. de stări posibile ale sistemului) ale cărei elemente p_{ij} reprezintă probabilitatea ca sistemul fiind în starea i să treacă în starea j.

Elementele acestei matrici au următoarele proprietăți:

-termenii matricei sunt probabilități (sunt nr. pozitive cuprinse între 0 şi 1);

-suma termenilor fiecărei linii este egală cu 1.

Defectarea unui element oarecare este un eveniment a cărui probabilitate de realizare într-un interval de timp elementar Δt are valoarea $\lambda \cdot \Delta t$.

De asemenea, repararea unui element oarecare este un eveniment a cărui probabilitate de realizare într-un interval de timp elementar Δt are valoarea $\mu \cdot \Delta t$, unde μ este intensitatea de reparare.

Probabilitatea de producere a două evenimente simultan într-un interval elementar este considerată nulă.

Ca exemplu de aplicare a metodei lanțurilor Markov la determinarea indicatorilor de fiabilitate ai schemelor care conțin şi elemente ce pot fi reparate sau înlocuite, considerăm cazul cel mai simplu al unui singur element care are intensitatea defectare λ şi intensitatea de reparare μ.

În acest caz, lanțul Markov are numai două stări:

-starea 0: elementul este în stare de funcționare;

-starea 1: elementul este defect.

Probabilitățile de tranziție au următoarele expresii :

$$\begin{aligned} &p_{00}(\Delta t) = 1 - \lambda \cdot \Delta t; \quad &p_{01}(\Delta t) = \lambda \cdot \Delta t \\ &p_{10}(\Delta t) = \mu \cdot \Delta t; \quad &p_{11}(\Delta t) = 1 - \mu \cdot \delta t \end{aligned} \qquad (44)$$

iar matricea q va fi:

$$q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix} \qquad (45)$$

Pornind de la matricea q se poate trasa un graf al stărilor care să ilustreze stările posibile şi modul în care se realizează tranziția între aceste stări; nodurile grafului reprezintă stările posibile, iar dacă este posibilă tranziția din starea i în starea j, se trasează un arc între nodurile corespunzătoare acestor stări, căruia i se asociază un număr egal cu q_{ij}.

Graful stărilor pentru un singur element este reprezentat în figura 14.

Notând cu $P_0(0)$ şi $P_1(0)$ probabilitățile ca sistemul să se găsească în momentul inițial stările 0 şi respectiv 1, sistemul de ecuații diferențiale care ne permit determinarea probabilităților este:

$$\begin{cases} P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \end{cases} \qquad (46)$$

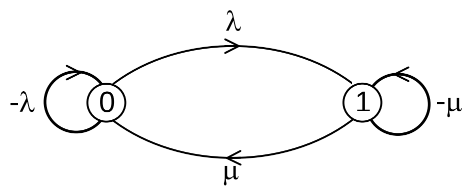

Fig.14
Graful stărilor pentru un element reparabil

Pentru rezolvarea sistemului se ține cont că:

$$P_0 + P_1 = 1 \qquad (47)$$

ceea ce conduce la următoarele ecuații diferențiale pentru P_0 şi respectiv P_1:

$$\begin{cases} P_0'(t) = -(\lambda+\mu)\, P_0(t) + \mu \\ P_1'(t) = -(\lambda+\mu)\, P_1(t) + \lambda \end{cases} \qquad (48)$$

Considerând ecuația care conține pe P_0, care este o ecuație diferențială neomogenă, soluția ecuației diferențiale omogene asociate:

$$P_0'(t) = -(\lambda+\mu) P_0(t) \qquad (49)$$

care este o ecuație cu variabile separabile, va fi:

$$P_0(t) = A \cdot e^{-(\lambda+\mu)t} \qquad (50)$$

unde A este o constantă ce va fi determinată din condițiile inițiale.

O soluție particulară a ecuației neomogene se obține pentru $P_0(t)$=ct., şi va fi de forma:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \qquad (51)$$

Însumând cele două soluții şi punând condiția inițială ca la t=0 valoarea lui P(t) să fie P(0), vom putea obține probabilitățile P_0 şi P_1:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= P_0(0) e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}] \\ P_1(t) &= 1 - P_0(t) \end{aligned} \qquad (52)$$

Dacă se ştie că starea inițiala sistemului este starea 0, atunci $P_0(0)$ şi $P_1(0)$ au valorile 1 şi respectiv 0, deci:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= \frac{\mu + \lambda e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu} \\ P_1(t) &= \frac{\lambda}{\lambda+\mu}[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}] \end{aligned} \qquad (53)$$

Dacă se ştie că starea inițiala procesului este starea 1, $P_0(0)$ şi $P_1(0)$ au valorile 0 şi 1, ceea ce conduce la :

$$\begin{aligned} P_0(t) &= \frac{\mu}{\lambda+\mu}[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}] \\ P_1(t) &= \frac{\lambda + \mu e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu} \end{aligned} \qquad (54)$$

Pentru un sistem de *n* elemente conectate în serie, lanțul Markov are următoarele stări:

-starea 0: starea de funcționare a tuturor elementelor sistemului;

-starea i: starea de avarie a elementului i;

Probabilitățile de tranziție asociate au expresiile:

$$\begin{aligned} p_{00}(\Delta t) &= 1 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \Delta t; \quad & p_{0i}(\Delta t) &= \lambda_i \Delta t \\ p_{i0}(\Delta t) &= \mu_i \Delta t; \quad & p_{ij}(\Delta t) &= \delta_{ij}(1 - \mu_i \Delta t) \end{aligned} \qquad (55)$$

iar graful de tranziție a stărilor este reprezentat în figura 15.

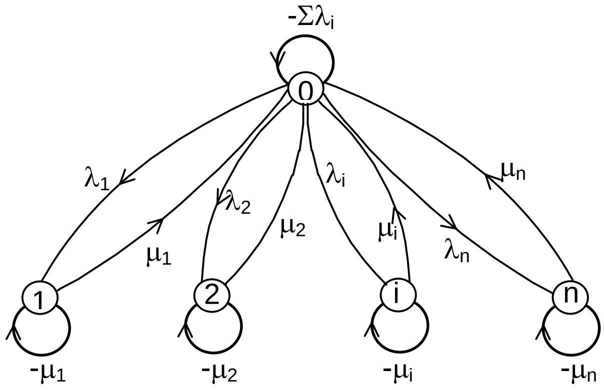

Fig.15
Graful de tranziție a stărilor pentru un sistem de n elemente reparabile legate funcțional în serie

Dacă notăm:

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$
$$\mu_0 = \frac{\lambda_0}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \tag{56}$$

şi considerăm că starea inițiala sistemului este starea 0 (sistemul este în momentul inițial în stare de funcționare) rezultă sistemul de ecuații diferențiale care dă probabilitățile absolute:

$$\begin{cases} P'_0(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i P_i(t); & P_0(0) = 1 \\ P'_i(t) = \lambda_i P_0(t) - \mu_i P_i(t); & P_i(0) = 0 \end{cases} \tag{57}$$

Soluțiile acestui sistem sunt:

$$P_0(t) = \frac{\mu_0 + \lambda_0 e^{-(\lambda_0+\mu_0)t}}{\lambda_0 + \mu_0}$$
$$P_i(t) = \lambda_i \frac{1 - e^{-(\lambda_0+\mu_0)t}}{\lambda_0 + \mu_0} \tag{58}$$

Dacă se consideră numai evoluția procesului din starea 0 în stările i, aceasta este echivalent cu μ_i=0, ceea ce permite să se obțină funcția de distribuție a perioadelor de funcționare ale sistemului (probabilitatea ca perioada de funcționare până la defectare să fie mai mică decât timpul t):

$$P\{T_f \le t\} = 1 - P_0(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \tag{59}$$

din care, dacă se ține cont că pentru un singur element această funcție de distribuție are expresia:

$$\mathrm{P}\{T_f \le t\} = 1 - e^{-\lambda t} \tag{60}$$

rezultă că sistemul de n elemente conectate funcțional în serie poate fi echivalat cu un singur element care are intensitatea de defectare :

$$\lambda_e=\lambda_0 \qquad (61)$$

În cazul unui sistem format din n elemente identice care funcţionează în paralel, astfel încât sistemul este în funcţiune dacă cel mult m elemente sunt defecte, lanţul Markov asociat are m+1 stări, cu i fiind notată starea care corespunde la i elemente defecte, celelalte n-i elemente fiind în funcţiune.

Acestui sistem îi corespunde graful de tranziţie a stărilor următor:

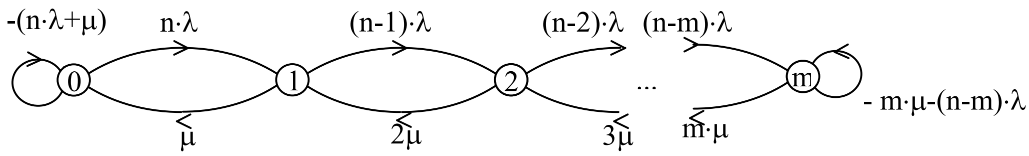

Fig.16
Graful de tranziţie a stărilor pentru un sistem de n elemente reparabile legate funcţional în paralel, necesitând funcţionarea a cel puţin m elemente

Probabilităţile de tranziţie au următoarele expresii:

$$\begin{gathered} p_{i,i+1}(\Delta t)=(n-i)\cdot\lambda\cdot\Delta t \\ p_{i,i-1}(\Delta t)=i\cdot\mu\cdot\Delta t \\ \lambda_i=(n-i)\lambda+i\cdot\mu \\ p_{i,i}(\Delta t)=1-[(n-i)\lambda+i\cdot\mu]\Delta t=1-\lambda_i\cdot\Delta t \end{gathered} \qquad (62)$$

restul probabilităţilor de tranziţie fiind nule deoarece dintr-o stare cu i elemente defecte se poate trece numai în starea cu i+1 elemente defecte (prin defectarea a încă unui element) sau în starea cu i-1 elemente defecte (prin repararea unui element defect).

Probabilităţile absolute ale procesului sunt soluţiile următorului sistem de ecuaţii diferenţiale :

$$\begin{cases} P_0'=-\lambda_0 P_0(t)+\mu P_1(t); \\ \vdots \\ P_i'(t)=(n-i+1)\lambda P_{i-1}(t)-\lambda_i P_i(t)+(i+1)\mu P_{i+1}(t); \\ \vdots \\ P_n'(t)=\lambda P_{n-1}(t)-\lambda_n P_n(t); \end{cases} \qquad (63)$$

cu condiţiile iniţiale $P_0(0)=1$, $P_1(0)=0$,..., $P_i(0)=0$,..., $P_n(0)=0$ şi pentru care soluţiile au forma:

$$P_i(t)=C_n^i\left[\frac{\lambda}{\lambda+\mu}(1-e^{-(\lambda+\mu)t}\right]^i\cdot\left[\frac{\mu+\lambda\cdot e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu}\right]^{n-i} \qquad (64)$$

După cum se observă, pentru sistemele complexe, determinarea probabilităţii de funcţionare a instalaţiei presupune rezolvarea unui sistem de ecuaţii diferenţiale cu un număr cu atât mai mare de ecuaţii cu cât sistemul este mai complex.

Rezolvarea acestui sistem nu este totdeauna uşoară.

Pentru timpi de observaţie mari, determinarea acestor probabilităţi absolute se uşurează deoarece ele tind să devină independente de starea iniţială a procesului şi rezolvarea sistemului de ecuaţii diferenţiale se reduce la rezolvarea unui sistem de ecuaţii algebrice.

Dacă considerăm un sistem cu n stări, sistemul este format din ecuaţii de forma:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot q_{ij} = 0; \qquad j=1,2,...,n \qquad (65)$$

la care se adaugă ecuația:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1 \qquad (66)$$

P_i fiind probabilitatea absolută ca sistemul să se găsească în starea notată cu *i*.

În mod practic, în unele stări în care se poate găsi procesul sunt îndeplinite condițiile de funcționare impuse instalației respective.

Presupunem că aceste stări sunt stările 1,2,...,*s* iar restul stărilor *s*+1,*s*+2,...,*n* sunt stări de defect pentru instalație.

Când instalația se găsește în una din stările de la 1 la *s* se spune că este în stare de succes.

Notând cu P_S probabilitatea ca instalația să se afle în stare de succes și cu P_R probabilitatea ca ea să se afle în stare de refuz, cele două probabilități se pot calcula în funcție de probabilitățile absolute ale stărilor cu formulele:

$$\begin{gathered} P_S = P_1 + P_2 + ... + P_s = \sum_{i=1}^{s} P_i \\ P_R = P_{s+1} + P_{s+2} + ... + P_n = \sum_{i=s+1}^{n} P_i = 1 - P_S \end{gathered} \qquad (67)$$

Odată calculate aceste probabilități, mai pot fi determinați următorii indicatori de fiabilitate:

-durate medie totală de succes în perioada de referință T notată $M[\alpha(T)]$*:*

$$M[\alpha(t)] = P_S \cdot T \qquad (68)$$

-durate medie totală de insucces în perioada de referință T notată $M[\beta(T)]$*:*

$$M[\beta(t)] = P_R \cdot T \qquad (69)$$

-numărul mediu total de stări de insucces în perioada de referință T notat $M[\nu(T)]$*:*

$$M[\nu(T)] = T \sum_{i=1}^{s} \left(P_i \sum_{j=s+1}^{n} q_{ij} \right) \qquad (70)$$

-durate medie a unei stări de succes (durata medie de funcționare) $M[T_f]$ *:*

$$M[T_f] = \frac{M[\alpha(T)]}{M[\nu(T)]} \qquad (71\ )$$

-durata medie a unei stări de insucces eliminată prin reparație sau înlocuire $M[T_d]$*:*

$$M[T_d] = \frac{M[\beta(T)]}{M[\nu(T)]} \qquad (72)$$

-probabilitatea de funcționare neîntreruptă pe un interval de timp (t,t+x) notată R(t,t+x):

$$R(t,t+x) = P_S \cdot e^{-\frac{x}{M[T_f]}} \qquad (73)$$

-numărul mediu de stări de insucces eliminate prin reparație sau înlocuire în perioada de referință T a căror durată depășește o durată critică t_c $M[\nu_{tc}(T)]$*:*

$$M[\nu_{t_c}(T)] = M[\nu T))] \cdot e^{-\frac{t_c}{M[T_d]}} \qquad (74)$$

Pentru un singur element având intensitatea de defectare λ și intensitatea de reparare μ, relațiile de calcul a indicatorilor menționați sunt:

$$P_S = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$
$$P_R = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$$
$$M[\alpha(T)] = \frac{\mu T}{\lambda+\mu}$$
$$M[\beta(T)] = \frac{\lambda T}{\lambda+\mu}$$
$$M[\nu(T)] = \frac{\lambda\mu T}{\lambda+\mu} \qquad (75)$$
$$M[T_f] = \frac{1}{\lambda}$$
$$M[T_d] = \frac{1}{\mu}$$
$$R(t,t+x) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}e^{-\lambda x}$$
$$M[\nu_{t_c}(T)] = \frac{\lambda\mu T}{\lambda+\mu}e^{-\mu t_c}$$

Considerăm un sistem format din două elemente legate în serie; acest sistem are asociat un lanț Markov cu trei stări:

-starea 0: ambele componente în funcțiune;
-starea 1: componenta 1 este defectă;
-starea 2: componenta 2 este defectă;
Matricea q pentru acest lanț este:

$$q = \begin{bmatrix} -(\lambda_1+\lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1 & -\mu_1 & 0 \\ \mu_2 & 0 & -\mu_2 \end{bmatrix} \qquad (76)$$

Rezolvând sistemul de ecuații format:

$$\begin{cases} -P_0(\lambda_1+\lambda_2) + P_1\mu_1 + P_2\mu_2 = 0 \\ P_0\lambda_1 - P_1\mu_1 = 0 \\ P_0\lambda_2 - P_2\mu_2 = 0 \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1 \end{cases}$$

obținem valorile probabilităților $P_0(t)$,$P_1(t)$,$P_2(t)$:

$$P_0 = \frac{1}{1+\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\lambda_2}{\mu_2}}$$
$$P_1 = P_0\frac{\lambda_1}{\mu_1} \qquad (78\ )$$

cu ajutorul cărora se deduc apoi valorile indicatorilor de fiabilitate:

$$
\begin{aligned}
&M[\alpha(T)] = P_0 \cdot T \\
&M[\beta(T)] = (P_1 + P_2)T = \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}\right) P_0 \cdot T \\
&M[\nu(T)] = (\lambda_1 + \lambda_2) P_0 \cdot T \\
&M[T_f] = \frac{M[\alpha(T)]}{M[\nu(T)]} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \\
&M[T_f] = \frac{M[\beta(T)]}{M[\nu(T)]} = \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}}{\lambda_1 + \lambda_2}
\end{aligned}
\tag{79}
$$

Prin compararea acestor relații cu cele scrise pentru un singur element, se pot obține valorile intensităților de defectare şi reparare echivalente:

$$
\begin{aligned}
&\lambda_e = \lambda_1 + \lambda_2 \\
&\mu_e = \frac{\lambda_e}{\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}}
\end{aligned}
\tag{80}
$$

formule care pot fi generalizate pentru un sistem alcătuit din n elemente care funcționează în serie:

$$
\begin{aligned}
&\lambda_{es} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \\
&\mu_{es} = \frac{\lambda_{es}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}}
\end{aligned}
\tag{81}
$$

În continuare considerăm două componente care sunt conectate funcțional în paralel.
Stările în care se poate găsi sistemul sunt:
-starea 0: ambele componente în funcțiune;
-starea 1: componenta 1 este defectă;
-starea 2: componenta 2 este defectă;
-starea 3: ambele componente sunt defecte;
Pentru acest sistem, matricea q are forma:

$$
q = \begin{bmatrix}
-(\lambda_1 + \lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\
\mu_1 & -(\lambda_2 + \mu_1) & 0 & \lambda_2 \\
\mu_2 & 0 & -(\lambda_1 + \mu_2) & \lambda_1 \\
0 & \mu_2 & \mu_1 & -(\mu_1 + \mu_2)
\end{bmatrix}
\tag{82}
$$

ceea ce conduce la următorul sistem care dă valoarea probabilităților absolute:

$$
\begin{cases}
-(\lambda_1 + \lambda_2) P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 = 0 \\
\lambda_1 P_0 - (\lambda_2 + \mu_1) P_1 + \mu_2 P_3 = 0 \\
\lambda_2 P_0 - (\lambda_1 + \mu_2) P_2 + \mu_1 P_3 = 0 \\
\lambda_2 P_1 + \lambda_1 P_2 - (\mu_1 + \mu_2) P_3 = 0 \\
P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1
\end{cases}
$$

Prin rezolvarea acestui sistem se pot determina valorile probabilităților P_0,P_1,P_2,P_3 ceea ce permite determinarea valorilor coeficienților echivalenți:

$$P_0=\frac{1}{1+\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\lambda_2}{\mu_2}+\frac{\lambda_1}{\mu_1}\frac{\lambda_2}{\mu_2}} \qquad (84)$$

$$P_1=P_0\frac{\lambda_1}{\mu_1}$$

$$P_2=P_0\frac{\lambda_2}{\mu_2}$$

$$P_3=P_0\frac{\lambda_1}{\mu_1}\frac{\lambda_2}{\mu_2}$$

Valorile indicatorilor de fiabilitate sunt:

$$M[\alpha(T)]=(P_0+P_1+P_2)T=\left(1+\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\lambda_2}{\mu_2}\right)P_0\cdot T$$

$$M[\beta(T)]=P_3T=\frac{\lambda_1}{\mu_1}\frac{\lambda_2}{\mu_2}P_0\cdot T$$

$$M[\nu(T)]=(\lambda_1P_1+\lambda_2P_2)T=\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)\lambda_1\lambda_2P_0\cdot T$$

$$M[T_f]=\frac{M[\alpha(T)]}{M[\nu(T)]}=\frac{\mu_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\lambda_1\mu_2}{\lambda_1\lambda_2(\mu_1+\mu_2)}$$

$$M[T_f]=\frac{M[\beta(T)]}{M[\nu(T)]}=\frac{1}{\mu_1+\mu_2}$$

de unde:

$$\lambda_e=\frac{\lambda_1\lambda_2(\mu_1+\mu_2)}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1}$$

$$\mu_e=\mu_1+\mu_2$$

5.Metode de calcul a fiabilității sistemelor complexe

Instalațiile energetice se compun, în general, dintr-un număr foarte mare de elemente interconectate, prevăzute parțial cu rezervă, lucru care duce la creşterea numărului de stări posibile de funcționare.

Din această cauză volumul de calcule creşte foarte mult şi anumite metode se dovedesc dificil de aplicat în mod practic.

Pentru evitarea acestor dificultăți se impune utilizarea unor metode exacte sau simplificate, eficiente ca timp de calcul.

Au fost elaborate o serie de metode care conduc la rezultate mai mult sau mai puțin exacte, dar a căror precizie este satisfăcătoare din punct de vedere practic.

5.1.Metoda matriceală a sistemelor de ecuații.

Este o metodă exactă care se bazează pe scrierea matricei intensităților de tranziție şi a sistemului de ecuații care are ca rezultat probabilitățile ca sistemul să se găsească într-o anumită stare, în condiții inițiale cunoscute.

Se pot determina atât probabilitățile absolute de ocupare a stărilor cât şi numărul mediu de treceri din stări de funcționare în stări de defect.

Metoda poate fi extinsă şi pentru calculul timpilor medii în care sistemul se găseşte într-o anumită stare şi se aplică în special utilizând echipamente de calcul şi programe specifice.

6.2.Metoda soluției generale pentru cazul elementelor independente

Această metodă permite determinarea probabilităților stărilor posibile P_i, ca şi probabilitatea de funcționare P_0 fără a fi necesară utilizarea matricei probabilităților de tranziție .

Metoda se bazează pe simetria formei lui P_0 :

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i \in S_1} \frac{\lambda_i}{\mu_i} + \sum_{i \in S_1} \frac{\lambda_i}{\mu_i} \cdot \sum_{\substack{j \in S_2 \\ j \neq i}} \frac{\lambda_j}{\mu_i + \mu_j} + \ldots} \qquad (87)$$

unde prin S_k s-a notat starea cu k elemente defecte.

Pe baza tranzițiilor între stări se scrie:

$$P_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_0 \, i \in S_1 \qquad (88)$$

$$P_{ij} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} \frac{\lambda_j}{\mu_i + \mu_j} P_0 \qquad (89)$$

De obicei se acceptă ca evenimente foarte puțin probabile stările cu mai mult de două elemente defecte.

Probabilitatea stării de succes este:

$$P_S = P_0 + \sum_{i \in S_1} P_i + \sum \sum_{i,j \in S_2} P_{ij} \qquad (90)$$

unde S_1 sunt stările de succes caracterizate printr-un singur element defect iar S_2 sunt stările de succes caracterizate prin două elemente defecte.

Probabilitatea stării de insucces se determină cu relația:

$$P_R = \sum_{i \in R_1} P_i + \sum \sum_{i,j \in R_2} P_{ij} \qquad (91)$$

unde R_1 şi R_2 sunt stările de refuz în funcţionare caracterizate prin unul şi respectiv două elemente defecte.

Numărul mediu probabil de treceri între stări se poate determina în funcţie de elementele matricei q.

Avantajul acestei metode este acela că nu mai este necesară rezolvarea sistemului de ecuaţii.

Stabilirea mulţimilor S_1, S_2, R_1, R_2 . . . se poate face numai după analiza detaliată a funcţionării sistemului studiat, în comparaţie cu definirea stării anterioare de succes.

5.3Metoda grupurilor de defectare

Prima etapă a aplicării metodei constă în analiza detaliată a funcţionării instalaţiilor studiate.

În continuare se stabilesc grupurile de defectare; fiecare dintre acestea este compus din unul sau mai multe elemente, la defectarea cărora se întrerupe nivelul de funcţionare analizat.

Grupurile de defectare se reprezintă într-o schemă echivalentă conectate în serie.

După această etapă, fiecare grup de defectare compus din mai multe elemente se reduce la un singur element echivalent cu parametrii λ_{ei} şi respectiv μ_{ei}.

Rezultă astfel pentru un nivel de funcţionare k grupuri echivalente de defectare înseriate.

Urmează calculul indicatorilor de fiabilitate pentru fiecare nivel de funcţionare:

$$P_S = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{k}\frac{\mu_{ei}}{\lambda_{ei}}} \qquad (92)$$

Numărul mediu probabil al întreruperilor nivelului de funcţionare luat în considerare şi durata medie a întreruperilor se determină pe baza definirii acestor indicatori.

5.4.Metoda Monte-Carlo

Metoda Monte-Carlo este o metodă statistică şi folosirea ei nu necesită cunoştinţe aprofundate în domeniul fiabilităţii.

Se aplică sistemelor complexe, caracterizate printr-un număr mare de stări posibile şi este eficientă în principal în cazurile când elementele componente ale instalaţiei sunt caracterizate prin legi de distribuţie diferite.

Aplicarea metodei se bazează pe generarea unei secvenţe de numere pseudoaleatoare echiprobabile pe intervale de aceeaşi lungime; printr-o operaţie de translaţie, aceste numere sunt aduse în intervalul [0,1].

Fiecare secvenţă va fi compusă dintr-un număr egal cu cel al elementelor componente ale instalaţiei energetice studiate.

Cunoscând pentru fiecare dintre elementele componente valorile λ_i şi μ_i se va determina probabilitatea de bună funcţionare p_i şi respectiv de defect q_i a elementului.

Evident că :

$$p_i + q_i = 1 \qquad (93)$$

Dacă numărul pseudoaleator generat n_i din secvenţă îndeplineşte condiţia:

$$0 < n_i \le p_i \qquad (94)$$

se va considera că elementul respectiv este în stare de funcţionare, iar în caz contrar se va considera că este defect.

Deci, o astfel de secvenţă generată va reprezenta o anumită stare a instalaţiei supusă testării statistice; analizând din punct de vedere tehnologic instalația, se va determina dacă această stare este o stare de funcționare sau de refuz pentru ansamblul instalației.

Repetând de un număr mare de ori această simulare cu secvență de numere pseudoaleatoare şi identificând stările corespunzătoare, se poate determina frecvența de apariție a fiecărei stări f_i.

Pe baza definiției generale a probabilității va rezulta probabilitatea de apariție a stării i pentru cele k stări posibile :

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^{k} f_j} \qquad (95)$$

Foarte utilizat este algoritmul bazat pe metoda congruențială când numerele pseudoaleatoare de distribuție uniformă pe [0,1] sunt date de relația:

$$x_{i+k} = \sum_{j=0}^{k-1} b_j \cdot x_{i+j} + a(\text{mod}.p) \qquad (96)$$

unde x_0 este valoarea de start, b_0 este multiplicatorul iar p reprezintă clasa de resturi.

Această ultimă valoare influențează periodicitatea generării numerelor; se va alege p la valoarea maximă de 2^{31}.

5.5.Metoda grilei de evidențiere a stărilor dedefect

Acest procedeu poate fi aplicat pentru instalațiile compuse din elemente care pot fi considerate independente, când, pe baza aprecierilor utilizatorului, se admite luarea în considerare numai a defectelor simple sau duble.

În general, procedeul este aplicabil schemelor ale căror elemente componente au valori ale indicatorilor de fiabilitate care îndeplinesc condiția: $\lambda/\mu \leq 0{,}05$.

Procedeul permite organizarea calculelor de fiabilitate pe baza construirii unei grile care facilitează evidențierea stărilor de defect simplu şi dublu, după ce se reduce eventual la minim numărul elementelor componente ale schemei de calcul prin echivalarea grupurilor de elemente conectate în serie sau în paralel.

Utilizarea grilei în cazul sistemelor de elemente independente elimină posibilitatea omiterii unor treceri dintr-o stare în alta sau a unor elemente care influențează starea de succes analizată.

Pot fi luate în considerare atât defectele eliminate prin reparații şi/sau înlocuiri, cât şi cele eliminate prin eventuale manevre.

Această metodă are avantajul că permite tratarea unor scheme care se pot modifica în timp prin manevre voite, în funcție de stările prin care trece instalația.

Această grilă are dimensiuni mult mai mici decât matricea intensităților de trecere.

Grila este un tablou având numărul de linii şi de coloane egal cu numărul de elemente din schema de calcul, redusă în prealabil prin echivalare, sau din schema tehnologică.

Acest tablou se completează astfel:

-pe diagonală, la intersecția liniei i cu coloana i se înregistrează defectele simple care determină ieşirea schemei din funcțiune.

-la intersecția liniei i cu coloana j se înregistrează defectele duble, care determină ieşirea din starea de succes, considerând că elementul i s-a defectat înaintea elementului j.

Atunci când este cazul de restabilire a funcționării, căsuța se marchează cu R dacă revenirea în starea de succes se face prin repararea sau înlocuirea elementelor defecte, indicând şi numărul de ordine al elementului care trebuie reparat sau înlocuit astfel încât să se restabilească funcționarea schemei, cu M dacă revenirea în starea de succes se face printr-o manevră manuală şi cu A dacă revenirea în starea de succes se face printr-o manevră automată.

Liniile grilei corespunzătoare căsuțelor de pe diagonală marcate cu R, M, sau A nu se vor lua în considerare.

După completarea grilei, indicatorii de fiabilitate se calculează astfel:

a) Se calculează probabilitatea stării cu toate elementele în stare de funcționare:

b)

$$P_0 = \prod_{i=1}^{n} p_i \tag{97}$$

şi probabilitatea stărilor cu elementul *i* defect:

$$P_i = P_0 \frac{q_i}{p_i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i} P_0 \tag{98}$$

n fiind numărul elementelor din schema echivalentă.

Pentru elementele care se restabilesc prin manevre manuale sau automate se va considera p_i=1 şi respectiv q_i=0.

b) Se calculează numărul mediu de defecte simple în perioada de referință *T* care se elimină prin reparații sau înlocuiri, manevre manuale şi manevre automate cu formulele următoare, unde R_1, M_1, A_1 sunt mulțimile elementelor marcate în grilă cu R, M şi respectiv A în căsuțele de pe diagonală.

$$\begin{aligned} M^{(1)}[\nu_R(T)] &= P_0 \cdot T \sum_{i \in R_1} \lambda_i \\ M^{(1)}[\nu'_M(T)] &= P_0 \cdot T \sum_{i \in M_1} \lambda_i \\ M^{(1)}[\nu''_M(T)] &= P_0 \cdot T \sum_{i \in A_1} \lambda_i \end{aligned} \tag{99}$$

c) Se calculează numărul mediu de defecte duble, în perioada de referință T care sunt eliminate prin reparații sau înlocuiri, manevre manuale şi manevre automate:

$$\begin{aligned} M^{(2)}[\nu_R(T)] &= \left[\sum_{i=1}^{n} \left(P_i \sum_{j \in R_2^{(i)}} \lambda_j \right) \right] \cdot T \\ M^{(2)}[\nu'_M(T)] &= \left[\sum_{i=1}^{n} \left(P_i \sum_{j \in M_2^{(i)}} \lambda_j \right) \right] \cdot T \\ M^{(2)}[\nu''_M(T)] &= \left[\sum_{i=1}^{n} \left(P_i \sum_{j \in A_2^{(i)}} \lambda_j \right) \right] \cdot T \end{aligned} \tag{100}$$

unde $R_2^{(i),}, M_2^{(i)}, A_2^{(i)}$ reprezintă mulțimea elementelor grilei marcate cu R, M şi respectiv A în căsuțele aflate la intersecția liniei *i* cu coloana j.

d) Se calculează numărul mediu total de defecte din perioada de referință T eliminate prin reparații sau înlocuiri, manevre manuale şi manevre automate:

$$\begin{aligned} M[\nu_R(T)] &= M^{(1)}[\nu_R(T)] + M^{(2)}[\nu_R(T)] \\ M[\nu'_M(T)] &= M^{(1)}[\nu'_M(T)] + M^{(2)}[\nu'_M(T)] \\ M[\nu''_M(T)] &= M^{(1)}[\nu''_M(T)] + M^{(2)}[\nu''_M(T)] \end{aligned} \tag{101 }$$

e) Se calculează duratele medii totale ale stărilor de insucces eliminate prin reparații sau înlocuiri (cele corespunzătoare manevrelor manuale şi automate fiind nule):

-pentru stările de insucces corespunzătoare defectelor simple:

$$M^{(1)}[\beta(T)] = P_0 \cdot T \sum_{i \in R_1} \frac{\lambda_i}{\mu_i} \qquad (102)$$

-pentru stările de insucces corespunzătoare defectelor duble:

$$M^{(2)}[\beta(T)] = \left[\sum_{i=1}^{n} \left(P_i \sum_{j \in R_2^{(i)}} \frac{\lambda_j}{m_{ij}} \right) \right] \cdot T \qquad (103)$$

unde:

$$m_{ij} = \begin{cases} \mu_i & \text{daca in casuta de pe linia i si coloana j} \\ & \text{apare R si elementul i;} \\ \mu_j & \text{daca in casuta de pe linia i si coloana j} \\ & \text{apare R si elementul j;} \\ \mu_i + \mu_j & \text{daca in casuta de pe linia i si coloana j} \\ & \text{apare R si elementele i si j;} \end{cases}$$

f) Se calculează durata medie totală de insucces în perioada de referință T:

$$M[\beta(T)] = M^{(1)}[\beta(T)] + M^{(2)}[\beta(T)] \qquad (104)$$

g) Se calculează durata medie a unui defect eliminat prin reparații sau înlocuiri:

$$M[T_d] = \frac{M[\beta(T)]}{M[\nu_R(T)]} \qquad (105)$$

Siguranța în funcționare-parte componentă a metodelor tehnico-economice

Scopul final al calculelor de fiabilitate constă în a oferi proiectantului un criteriu suplimentar de transpunere financiară a comportării în timp a instalațiilor şi echipamentelor energetice sub aspectul estimării daunelor provocate beneficiarului.

Aceste daune sunt influențate în mod direct de numărul mediu al întreruperilor, de durata medie a acestora, dar şi de specificul procesului tehnologic deservit de instalația analizată.

Pe de altă parte, daunele sunt influențate, pe lângă durata întreruperii tehnologice T_h care depinde de durata întreruperii în alimentarea cu energie electrică sau termică, şi de momentul în care această întrerupere survine în desfăşurarea procesului tehnologic.

Întreruperea tehnologică începe odată cu dispariția alimentării cu energie şi se sfârşeşte în momentul restabilirii procesului tehnologic la parametrii din momentul întreruperii.

Timpul de întrerupere în alimentare se măsoară din momentul dispariției până în momentul reapariției alimentării cu energie.

Întreruperile în alimentare pot fi totale sau parțiale, caracterul acestora influențând în mod corespunzător daunele.

Se pot distinge daune directe D_{dir} determinate de avarii ale utilajelor, distrugerea materiei prime şi plata salariilor, şi daune suplimentare D_s determinate de nerealizarea producției:

$$D = D_{dir} + D_s \qquad (106)$$

Daunele directe se pot aprecia în funcție de numărul mediu probabil al întreruperilor $M[\nu(T)]$ şi de valoarea daunelor specifice D_{d0}.

Acestea din urmă caracterizează specificul procesului tehnologic şi se apreciază pentru fiecare caz particular; ele depind şi de gradul de nealimentare al consumului g_i evidențiind cererea de putere în momentul apariției avariei, cât şi de probabilitatea P_i de a oferi un anumit nivel de putere consumatorului față de cele k niveluri de putere posibil a fi asigurate:

$$D_{dir} = D_{d0} \cdot M[\nu(T)] \sum_{i=1}^{k} g_i \cdot P_i \qquad (107)$$

Daunele suplimentare evidențiază, prin daunele specifice D_{s0}, particularitatea procesului tehnologic şi a întreprinderii.

Aceste daune sunt proporționale cu durata medie a întreruperii alimentării T_e şi cu durata de reluare a procesului tehnologic T_{th}.

Aceasta depinde în mod direct de T_e.

De obicei, dacă $T_e<2h$ procesul tehnologic se reia în două trepte:

-prima treaptă, de aproximativ 15 min, în care se realizează aproximativ 25% din procesul tehnologic;

-a doua treaptă este reprezentată de atingerea parametrilor anteriori întreruperii.

Dacă $T_e>2h$, sunt de obicei trei trepte de reluare a procesului tehnologic, prin accelerarea acestuia pe durata T_r putându-se recupera producția nerealizată:

$$D_s = D_{s0}(T_e + T_{th} - T_r) \cdot M[\nu(T)] \qquad (108)$$

Studiul fiabilității în funcționare oferă pentru diferitele variante tehnice de alimentare studiate mărimea probabilă a daunelor în funcționare, ceea ce conduce la stabilirea variantei optime.

În general se alege acea schemă care conduce la un minim al cheltuielilor totale actualizate generate de realizarea şi exploatarea instalației :

$$CTA=\sum_{i=1}^{T'} I_i(1+a)^{-i}+\sum_{i=i'+1}^{T'} C_i(1+a)^{-i}+\sum_{i=i'+1}^{T'} D(1+a)^{-i}-$$
$$-V_r(1+a)^{-T}-\sum_{i=i'+1}^{T'} W_n(1+a)^{-i} \qquad (109)$$

unde: I_i -investiția echivalentă eşalonată pe ani;
C -cheltuielile anuale de producție;
D -daunele anuale de producție;
V_r -valoarea reziduală a instalației la sfârşitul perioadei de funcționare;
W_n -valoarea remanentă a instalației;
a -rata de actualizare care modelează influența timpului asupra valorilor economice;
T' -perioada de studiu;
i -anul curent;
I' -durata de execuție a lucrărilor;
T -durata de execuție a obiectivului.

Exemple de calcul

1.Se consideră un grup energetic echipat cu două cazane de abur, fiecare de 330 t/h care alimentează un turbogenerator cu puterea nominală de 200 MW.

Se presupune că grupul funcționează în regim de bază fiind oprit pentru reparații planificate 1000 ore/an.

Se cere să se determine pentru o perioadă de 1 an următorii indicatori de fiabilitate

a)probabilitățile de funcționare a grupului la sarcinile de 200 MW, 100 MW şi respectiv 0 MW.

b)duratele medii totale de funcționare a grupului la sarcinile de 200 MW, 100 MW şi respectiv 0 MW.

c)numărul mediu de treceri din starea de funcționare cu 200 MW disponibili în starea cu 100 MW disponibili .

d)numărul mediu de treceri din starea de funcționare cu 200 MW disponibili sau 100 MW disponibili în starea cu 0 MW disponibili.

e)durata probabilă de utilizare a puterii disponibile şi durata probabilă de utilizare a puterii instalate.

f)gradul de utilizare a puterii disponibile şi gradul de utilizare a puterii instalate.

Aceşti indicatori se vor calcula în ipoteza că cele două elemente sunt independente, cerându-se însă să se verifice influența dependenței elementelor asupra rezultatelor obținute.

Se presupune că cele două cazane sunt identice, fiind dimensionate pentru a asigura fiecare câte 50% din aburul necesar funcționării la parametrii nominali ai turbogeneratorului.

Valorile parametrilor de fiabilitate aferenți celor două cazane şi generatorului sunt :

-pentru cazane

$\lambda_C=\lambda_1=\lambda_2=5{,}55\ 10^{-4}\ h^{-1}$

$\mu_C=\mu_1=\mu_2=333\ 10^{-4}\ h^{-1}$

$p_C=p_1=p_2=0{,}98361$

$q_C=q_1=q_2=0{,}01693$

-pentru turbogenerator

$\lambda_{TG}=\lambda_3=2\ 10^{-4}\ h^{-1}$

$\mu_{TG}=\mu_3=500\ 10^{-4}\ h^{-1}$

$p_{TG}=p_3=0{,}99602$

$q_{TG}=q_3=0{,}00398$

Deoarece în timpul unui an grupul stă în reparații planificate 1000 ore, calculul indicatorilor de fiabilitate va fi făcut pentru o durată de funcționare de 8760-1000=7760 ore.

Rezolvare

Situațiile posibile în funcționarea grupului sunt:

a)toate elementele în funcțiune;

b)un cazan defect, turbogeneratorul şi celălalt cazan în funcțiune;

c)turbogeneratorul defect, cazanele în stare de funcționare;

d)un cazan şi turbogeneratorul defecte, celălalt cazan în stare de funcționare;

e)ambele cazane defecte, turbogeneratorul în stare de funcționare;

f)ambele cazane şi turbogeneratorul defecte.

Probabilitățile de realizare a acestor stări vor fi:

$P_1=p_1p_2p_3=0{,}96363$

$P_2=q_1p_2p_3+p_1q_2p_3=0{,}03212$

$P_3=p_1p_2q_3=0{,}00385$

$P_4=q_1p_2q_3p_1q_2q_3=0{,}00013$

$P_5=q_1q_2p_3=0{,}00027$

$P_6=q_1q_2q_3=0$

Odată determinate aceste probabilități, pot fi calculați indicatorii de fiabilitate ceruți.

Probabilitățile de funcționare la 200, 100 şi respectiv 0 MW vor fi:

$$P_{200}=P_1=0,96363$$

$$P_{100}=P_2=0,03212$$

$$P_0=P_3+P_4+P_5+P_6=0,00425$$

Duratele medii totale de funcționare a grupului la puterile de 200, 100 şi respectiv 0 MW în perioada de referință sunt:

$$M[\alpha(T_p)]_{200}=P_1T_p=7477,8 \text{ h}$$

$$M[\alpha(T_p)]_{100}=P_2T_p=249,25 \text{ h}$$

$$M[\alpha(T_p)]_0=M[\beta(T_p)]=(P_3+P_4+P_5+P_6)T_p=32,98 \text{ h}$$

Ultima relație arată că durata totală de funcționare la 0 MW este de fapt durata totală de nefuncționare în perioada de referință T_p.

Numărul mediu de treceri din starea de funcționare cu 200 MW putere disponibilă în starea cu 100 MW putere disponibilă va fi :

$$M[\nu(T_p)]_{100}=P_1 2\, \lambda_C T_p=8,3 \text{ treceri/an}$$

Numărul mediu de treceri din stările cu 200 şi respectiv 100 MW disponibili în starea cu 0 MW disponibili în perioada de referință

$$M[\nu(T_p)]_0=[P_1\, \lambda_{TG}+P_2(\lambda_C+\lambda_{TG})]T_p=1,68 \text{ treceri/an}$$

Dacă presupunem că puterea disponibilă este egală cu puterea instalată de 200 MW, durata probabilă de utilizare a puterii disponibile şi durata totală de utilizare a puterii instalate sunt egale.

$$T_{pd}=T_{pi}=M(E_p)/200$$

unde $M(E_p)$ este energia probabil produsă pe durata de funcționare planificată:

$$M(E_p)=200\, M[\alpha(T_p)]_{200} + 100\, M[\alpha(T_p)]_{100}=1520,4 \text{ GWh}$$

ceea ce conduce la :

$$T_{pd}=7602,4 \text{ h}$$

Gradul de utilizare a puterii disponibile şi gradul de utilizare a puterii instalate au aceeaşi valoare:

$$K_{pd}=K_{pi}=t_{pd}/Tp=0,97969$$

Pentru a verifica influența dependenței elementelor componente asupra rezultatelor obținute, se consideră în continuare că elementele ar fi dependente.

Ca urmare, trecerile din stările cu turbogeneratorul defect sau cu ambele cazane defecte în alte stări de defect nu mai sunt posibile.

Vor rezulta deci următoarele stări posibile ale funcționării grupului:

a)toate elementele în funcțiune;

b)un cazan defect, turbogeneratorul şi celălalt cazan în funcțiune;

c)turbogeneratorul defect, cazanele în stare de funcționare;

d)un cazan şi turbogeneratorul defecte, celălalt cazan în stare de funcționare;

e)ambele cazane defecte, turbogeneratorul în stare de funcționare.

Matricea intensităților de trecere este

$$q=\begin{bmatrix} -(2\lambda_C+\lambda_{TG}) & 2\lambda_C & \lambda_{TG} & 0 & 0 \\ \mu_C & -(\mu_C+\lambda_C+\lambda_{TG}) & 0 & \lambda_{TG} & \lambda_C \\ \mu_{TG} & 0 & -\mu_{TG} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{TG} & \mu_C & -(\mu_C+\mu_{TG}) & 0 \\ 0 & 2\mu_C & 0 & 0 & -2\mu_C \end{bmatrix}$$

Sistemul de ecuații din care se obțin probabilitățile de stare va fi:

$$\begin{cases} -(2\lambda_C+\lambda_{TG})P_1 + \mu_C P_2 + \mu_{TG}P_3 = 0 \\ 2\lambda_C P_1 - (\mu_C+\lambda_{TG}+\lambda_C)P_2 + \mu_{TG}P_4 + 2\mu_C P_5 = 0 \\ 3\lambda_{TG}P_1 - \mu_{TG}P_3 + \mu_C P_4 = 0 \\ \lambda_{TG}P_2 - (\mu_{TG}+\mu_C)P_4 = 0 \\ \lambda_C P_2 - 2\mu_C P_5 = 0 \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1 \end{cases}$$

Rezolvând acest sistem se va obține:

$$P_1 = \frac{1}{1 + 2\frac{\lambda_C}{\mu_C} + \frac{\lambda_{TG}}{\mu_{TG}} + 2\frac{\lambda_C}{\mu_C}\frac{\lambda_{TG}}{\mu_{TG} + \lambda_C} + \left(\frac{\lambda_C}{\mu_C}\right)^2} = 0.96367$$

$$P_2 = 2\frac{\lambda_C}{\mu_C} P_1 = 0{,}03213$$

$$P_3 = \frac{\lambda_{TG}}{\mu_{TG}} P_1 = 0{,}00385$$

$$P_4 = 2\frac{\lambda_C}{\mu_C}\frac{\lambda_{TG}}{\mu_{TG} + \lambda_C} P_1 = 0{,}00008$$

$$P_5 = \left(\frac{\lambda_C}{\mu_C}\right)^2 P_1 = 0{,}00027$$

deci o bună concordanță cu valorile determinate pe baza ipotezei independenței elementelor componente.

2.Să se analizeze soluția de racordare a două grupuri de 330 MW printr-o singură linie de 20 km la barele unei stații de 400 kV în raport cu soluția de racordare a cîte unui grup pe cîte un circuit separat al unei linii cu dublu circuit.

Pentru aceasta se cere să se calculeze diferența de energie nelivrată pentru cele două soluții pe o perioadă de 10 ani.

Se consideră că cele două grupuri sînt planificate să funcționeze simultan 7000 h/an deci în perioada de referință durata de funcționare planificată a ambelor grupuri va fi de 70.000 h.

Rezolvare

Fiind vorba de un calcul comparativ, energia medie nelivrată se va calcula numai pe această perioadă de timp (pe durata pe care unul dintre grupuri este oprit pentru reparații planificate şi celălalt este în funcțiune, cele două soluții sunt echivalente din punct de vedere al fiabilității).

În cazul schemei cu o singură linie, fiecare grup va avea propriul transformator, întreruptor şi separator.

Valorile parametrilor de fiabilitate pentru elementele celor două scheme sunt :

-întreruptor
λ_I=0,2502 10^{-4} h^{-1}
μ_I=196,54 10^{-4} h^{-1}
-separator
λ_S=0,0117 10^{-4} h^{-1}
μ_S=968 10^{-4} h^{-1}
-linie simplu circuit
λ_L=0,0049 10^{-4} 20=0,1 10^{-4} h^{-1}
μ_L=485,5 10^{-4} h^{-1}
-transformator
λ_T=0,1 10^{-1} h^{-1}
μ_T=10^{-3} h^{-1}
-bloc
λ_B=15 10^{-4} h^{-1}
μ_B=500 10^{-4} h^{-1}

Se poate folosi echivalarea grupurilor de elemente legate în serie, aşa cum este reprezentat în figurile 17 şi 18.

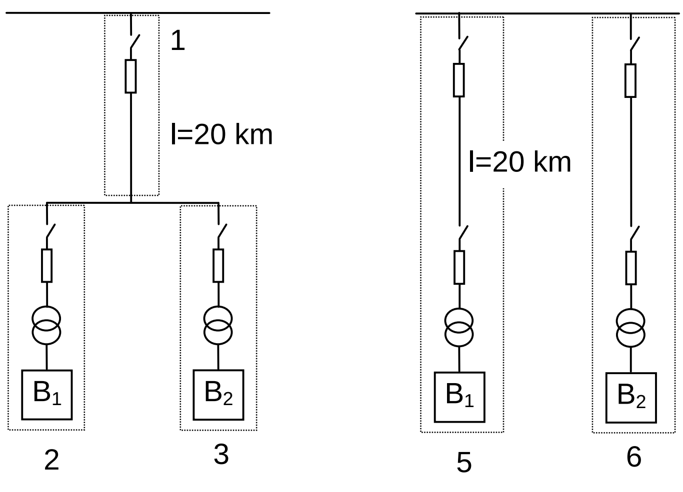

Fig.17
Schema de alimentare cu o linie

Fig.18
Schema de alimentare cu două linii

$$\lambda_1 = \lambda_I + \lambda_S + \lambda_L = 0{,}362 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$

$$\mu_1 = \frac{\lambda_1}{\frac{\lambda_I}{\mu_I} + \frac{\lambda_S}{\mu_S} + \frac{\lambda_L}{\mu_L}} = 242{,}7 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$

$$p_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} = 0{,}998511$$

$$q_1 = 1 - p_1 = 0{,}00149$$

$$p_2 = p_3 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} = 0{,}96$$

$$q_2 = q_3 = 1 - p_2 = 0{,}039$$

$$\lambda_4 = \lambda_5 = 2\lambda_I + 2\lambda_S + \lambda_L + \lambda_T + \lambda_B = 15{,}72 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$

$$\mu_4 = \mu_5 = \frac{\lambda_4}{2\frac{\lambda_I}{\mu_I} + 2\frac{\lambda_S}{\mu_S} + \frac{\lambda_L}{\mu_L} + \frac{\lambda_T}{\mu_T} + \frac{\lambda_B}{\mu_B}} = 367{,}6 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$

$$p_4 = p_5 = \frac{\mu_4}{\lambda_4 + \mu_4} = 0{,}96$$

$$q_4 = q_5 = 1 - p_4 = 0{,}039$$

Presupunând în continuare că elementele 1,...,5 sunt independente, se pot calcula probabilitățile de stare.

a.Schema cu o singură linie

Stările posibile ale schemei sunt:

1.Cele trei elemente în funcțiune (1, 2 şi 36).

2.Elementul 1 defect, elementele 2 şi 3 în funcțiune.

3.Elementul 2 defect, elementele 1 şi 3 în funcțiune.

4.Elementul 3 defect, elementele 1 şi 2 în funcțiune.

5.Elementele 1 şi 2 defecte, elementul 1 în funcțiune.

6.Elementele 1 şi 3 defecte, elementul 2 în funcțiune.

7.Elementele 2 şi 3 defecte, elementul 1 în funcțiune.

8.Cele trei elemente defecte.

Probabilitățile acestor stări se pot obține cu ajutorul relațiilor următoare :

$P_1=p_1p_2p_3=0{,}92$

$P_2=q_1p_2p_3=0{,}00137$

$P_3=p_1q_2p_3=0{,}038$

$P_4=p_1p_2q_3=0{,}038$

$P_5=q_1q_2p_3=0{,}00006$

$P_6=q_1p_2p_3=0{,}00006$

$P_7=p_1q_2p_3=0{,}00157$

$P_8=q_1q_2q_3=0$

Energia medie nelivrată în perioada de funcționare planificată de 7000 h va fi:

$$M(E_n) = \sum_{i=1}^{8} P_n^{(i)} \cdot t_i$$

$P_n^{(i)}$ -puterea nelivrată în starea i;

t_i -durata medie a stării i

$t_i=P_i\, T_p$

Efectuând calculele, se va obține :

$M(E_n)$=1897,896 GWh

b.Schema cu două linii.

Pentru a lua în considerare scoaterea simultană din funcțiune a ambelor circuite ale liniei dublu circuit, se va introduce elementul fictiv 6, a cărui defectare va reprezenta evenimentul menționat.

Parametrii de fiabilitate ai acestui element vor fi:

$$\lambda_6 = \lambda_3 \lambda_L = 0{,}03 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$
$$\mu_6 = \mu_L = 485{,}5 \cdot 10^{-4} h^{-1}$$
$$p_6 = \frac{\mu_6}{\lambda_6 + \mu_6} = 0{,}999938$$
$$q_6 = 1 - p_6 = 0{,}000062$$

Stările posibile în funcționarea schemei sunt:

1.Cele trei elemente în funcțiune (4, 5 şi 6).
2.Elementul 4 defect, elementele 5 şi 6 în funcțiune.
3.Elementul 5 defect, elementele 4 şi 6 în funcțiune.
4.Elementul 6 defect, elementele 4 şi 5 în funcțiune.
5.Elementele 4 şi 5 defecte, elementul 6 în funcțiune.
6.Elementele 4 şi 6 defecte, elementul 5 în funcțiune.
7.Elementele 5 şi 6 defecte, elementul 4 în funcțiune.
8.Cele trei elemente defecte.

Probabilitățile acestor stări se determină cu relațiile:

$P_1=p_4p_5p_6=0{,}9196$
$P_2=q_4p_5p_6=0{,}03933$
$P_3=p_4q_5p_6=0{,}03933$
$P_4=p_4p_5q_6=0{,}00006$
$P_5=q_4q_2p_6=0{,}00168$
$P_6=q_4p_5p_6=0$
$P_7=p_4q_5p_6=0$
$P_8=q_4q_5q_6=0$

Ca şi în cazul anterior, se calculează energia nelivrată, obținând valoarea :

$$M(E_n)= 1897{,}665 \text{ GWh}$$

Diferența de energie nelivrată pentru cele două soluții analizate va fi de 0,231 GWh.

Este evident că diferența de energie nelivrată de numai 231 MWh în 10 ani nu este suficientă pentru a justifica investiția pentru realizarea liniei cu două circuite.

3.Un bloc energetic este echipat cu 3 electropompe pentru alimentarea cu apă a cazanului.

În regim normal de funcționare, funcționează două electropompe, cea de a treia se află în rezervă pasivă .

În cazul defectării oricăreia dintre cele aflate în funcțiune, automat se cuplează rezerva, timpul de cuplare fiind neglijabil.

Reparația planificată a electropompelor se face în perioada planificată pentru întregul bloc, durata acesteia fiind de 500 ore/an.

Cunoscând că pompele sunt identice din punct de vedere constructiv şi că intensitățile de defectare şi reparare ale unei electropompe au valorile:

λ_0=1,66 10^{-4} h^{-1}

μ_0=400 10^{-4} h^{-1}

să se determine pentru starea de succes 100%:

a)probabilitățile de succes şi de insucces;

b)durata medie totală anuală de succes şi respectiv de insucces;

c)numărul mediu anual de stări de insucces;

d)parametri echivalenți de fiabilitate care pot caracteriza ansamblul celor trei pompe.

Se va considera că în momentul în care două electropompe sunt defecte, întregul bloc va fi oprit, şi că pompa aflată în rezervă nu se poate defecta .

Rezolvare

Stările prin care poate trece ansamblul celor trei electropompe sunt următoarele:

-starea 1 : două electropompe în funcțiune iar cea de a treia în rezervă;

-starea 2 : două electropompe în funcțiune iar cea de a treia defectă;

-starea 3 : o electropompă în funcțiune iar celelalte două defecte;

Starea cu trei electropompe defecte nu este posibilă deoarece odată cu atingerea stării 3 întregul grup este oprit şi cea de a treia electropompă nu se mai poate defecta.

Matricea q a intensităților de trecere va fi:

$$q = \begin{bmatrix} -2\lambda_0 & 2\lambda_0 & 0 \\ \mu_0 & -(2\lambda_0 + \mu_0) & 2\lambda_0 \\ 0 & 2\mu_0 & -2\mu_0 \end{bmatrix}$$

Probabilitățile de stare P_1,P_2 şi P_3 se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații scris sub formă matriceală:

$$[P_1 P_2 P_3] \cdot q = [000]$$

completat cu ecuația:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

adică prin rezolvarea sistemului de ecuații liniare:

$$\begin{cases} -2\lambda_0 P_1 + \mu_0 P_2 = 0 \\ 2\lambda_0 P_1 - (2\lambda_0 + \mu_0) P_2 + 2\mu_0 P_3 = 0 \\ 2\lambda_0 P_2 - 2\mu_0 P_3 = 0 \\ P_1 + P_2 + P_3 = 1 \end{cases}$$

Rezolvând sistemul de ecuații astfel format se obține soluția:

$$P_1 = \frac{1}{1 + 2\frac{\lambda_0}{\mu_0} + 2(\frac{\lambda_0}{\mu_0})^2} = 0,9917$$

$$P_2 = 2\frac{\lambda_0}{\mu_0} P_1 = 0,008232$$

$$P_3 = 2(\frac{\lambda_0}{\mu_0})^2 P_1 = 0,0000034$$

Pe baza probabilităților de stare obținute se pot calcula:

a)Probabilitatea ca ansamblul pompelor să asigure debitul necesar:

$$P=P_1+P_2=0{,}999966$$

b)Durata totală de succes:

$$M[\alpha(T_p)]=P\cdot T_p=P\cdot [T-T_{rep}]=0{,}999966(8760-500)=9259{,}7\ h$$

c)Durata medie totală anuală de insucces

$$M[\beta(T_p)]=(1-P)\cdot T_p=0{,}3\ h$$

Numărul mediu anual de stări de insucces este reprezentat de numărul mediu anual de treceri din starea 2 în starea 3 şi va fi:

$$M[\nu_R(T_P)]=P_2\cdot q_{23}\cdot T_p=P_2\cdot \lambda_0\cdot T_p=0{,}024\ \text{defecte/an}$$

4.O centrală termoelectrică este echipată cu o stație de tratare a apei pentru demineralizare parțială a apei de adaos care este dimensionată la o capacitate de 200% şi este, reprezentată în figura 19.

CunoscÍnd că probabilitățile de defectare a elementelor componente sunt: $Q_1=Q_2=0,05$; $Q_3=Q_4=0,001$; $Q_5=0,001$; $Q_6=0,01$; $Q_7=Q_8=0,04$ şi că timpul mediu de funcționare normală al unui filtru este de 24 ore iar timpul mediu al ciclului de regenerare a unui filtru este de 1,5 ore, se cere să se determine :

a)Timpul mediu total cÍt stația poate asigura tratarea apei de adaos într-un an;

b)Dacă sunt afectate performanțele de fiabilitate ale schemei în cazul în care nu există legături transversale între filtrele H-cationice şi degazoare.

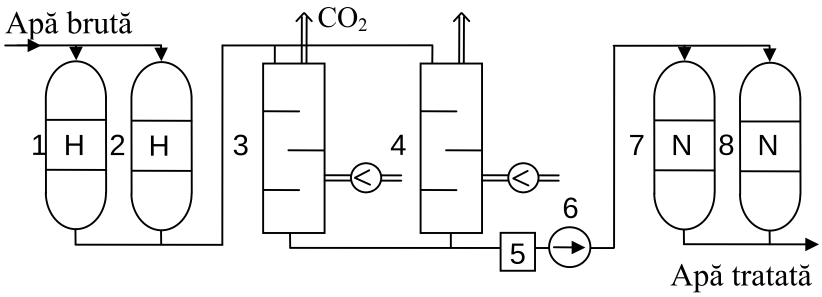

Fig.19
Schema stației de tratare a apei

Rezolvare

În vederea calculării indicatorilor de fiabilitate, schema tehnologică de ansamblu va fi transpusă într-o schema de calcul în raport cu starea de succes considerată, adică asigurarea tratării apei de adaos.

Această schemă de calcul este prezentată în figura 20.

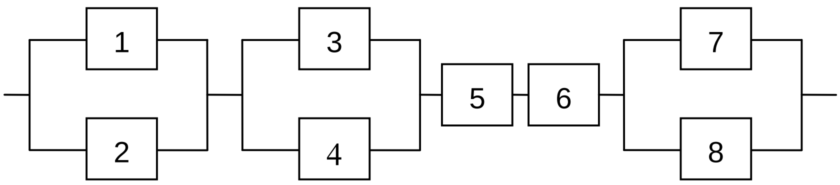

Fig.20
Schema echivalentă a stației de tratare a apei

Parametrii de fiabilitate aferenți elementelor componente ale schemei bloc vor fi probabilitățile de defectare q_i.

Un filtru oarecare, fie el H sau Na se poate afla în două regimuri: de funcționare şi de regenerare.

Având în vedere duratele medii ale acestor regimuri, probabilitatea ca la un moment dat un filtru să se afle în funcționare este:

$$P_f = \frac{24}{24+1,5} = 0,94$$

iar probabilitatea ca la un moment dat să se afle în regim de regenerare este:

$$P_r = 1 - P_f = 0,06$$

Ținând cont de aceste precizări, probabilitățile de insucces (de defectare) q_i aferente elementelor componente ale schemei bloc vor fi:

-pentru elementele 1şi 2 corespunzătoare filtrelor H, respectiv 7 şi 8 corespunzătoare filtrelor Na:

$$q_i=1-P_f(1-Q_i) \quad i=1,2,7,8$$

unde $P_f(1-Q_i)$ reprezintă probabilitatea ca filtrul respectiv să se afle în stare de succes în timpul regimului de funcționare.

Această formulă conduce la:

$$q_1 = q_2 = 1 - 0,94 \cdot 0,95 = 0,1059$$

$$q_7 = q_8 = 1 - 0,94 \cdot 0,96 = 0,0965$$

-pentru degazoarele de CO_2 (elementele 3 şi 4) :

$$q_3 = q_4 = Q_3 = Q_4 = 0,02$$

-pentru rezervor (elementul 5):

$$q_5=Q_5=0,001$$

-pentru stația de pompare (elementul 6):

$$q_6=Q_6=0,01$$

Pentru schema bloc echivalentă se aplică metoda echivalării grupărilor serie şi paralel de elemente, transfigurând această schema şi transformând-o în schema următoare:

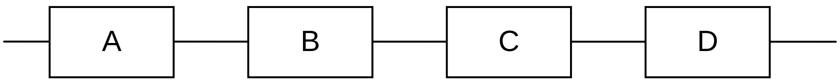

Fig.21
Schema echivalentă transfigurată

Pentru elementele din această schemă vom avea:

$$q_A=q_1 q_2=0,1059^2=0,0112$$

$$q_B=q_3 q_4=0,02^2=0,0004$$

$$q_C=\frac{\frac{q_5}{1-q_5}+\frac{q_6}{1-q_6}}{1+\frac{q_5}{1-q_5}+\frac{q_6}{1-q_6}}=\frac{\frac{0,001}{0,999}+\frac{0,01}{0,99}}{1+\frac{0,001}{0,999}+\frac{0,01}{0,99}}=0,011$$

$$q_D = q_7 q_8 = 0,0965^2 = 0,0093$$

Pornind de la această schemă se determină probabilitatea de insucces a elementului echivalent întregii scheme:

$$q_e=\frac{\frac{q_a}{1-q_a}+\frac{q_B}{1-q_B}+\frac{q_C}{1-q_C}+\frac{q_D}{1-q_D}}{1+\frac{q_A}{1-q_a}+\frac{q_B}{1-q_B}+\frac{q_c}{1-q_C}+\frac{q_D}{1-q_D}}=$$

$$=\frac{\frac{0,0112}{0,9888}+\frac{0,0004}{0,9996}+\frac{0,011}{0,989}+\frac{0,0093}{0,9907}}{1+\frac{0,0112}{0,9888}+\frac{0,0004}{0,9996}+\frac{0,011}{0,989}+\frac{0,0093}{0,9907}}=0,0312$$

Probabilitatea ca stația de tratare a apei să asigure întreg necesarul de apă de adaos va fi:

$$P=1-q_e=0,9688$$

iar durata medie totală anuală cât stația poate asigura tratarea apei de adaos:

$$M[\alpha(T)]=M[\alpha(8760)]=P\cdot T=(1-q_e)T=0,9688\cdot 8760=8486,6 \text{ ore/an}$$

Dacă nu există legături transversale între filtrele H şi degazoare, vom avea următoarea diagramă echivalentă:

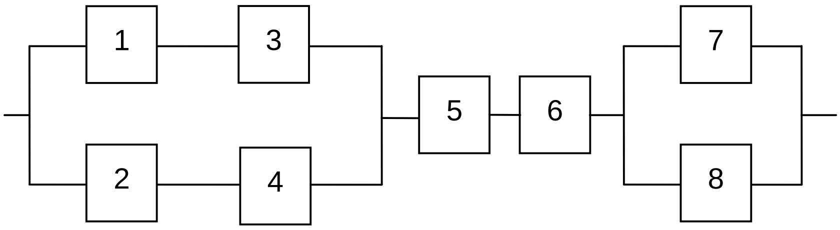

Fig.22
Schema echivalentă a stației de tratare a apei fără
legături transversale între filtrele H şi degazoare

Notând cu A elementul echivalent grupării serie a elementelor 1 şi 3, cu B elementul echivalent grupării serie a elementelor 2 şi 4, cu C elementul echivalent grupării paralel a elementelor A şi B şi cu D elementul echivalent grupării paralel a elementelor 7 şi 8 vom avea:

$$q_A = q_B = \frac{\frac{q_1}{1-q_1}+\frac{q_3}{1-q_3}}{1+\frac{q_1}{1-q_1}+\frac{q_3}{1-q_3}} = \frac{\frac{0,1059}{0,8941}+\frac{0,02}{0,98}}{1+\frac{0,1059}{0,8941}+\frac{0,02}{0,98}} = 0,1219$$

$$q_C = q_A q_B = q_A^2 = 0,1219^2 = 0,0149$$

$$q_D = q_7 q_8 = q_7^2 = 0,0965^2 = 0,0093$$

Se echivalează ansamblul schemei formată din elementele C, 5, 6 şi D cu un singur element care are probabilitatea de defectare:

$$q_e = \frac{\frac{q_C}{1-q_C}+\frac{q_5}{1-q_5}+\frac{q_6}{1-q_6}+\frac{q_D}{1-q_D}}{1+\frac{q_c}{1-q_C}+\frac{q_5}{1-q_5}+\frac{q_6}{1-q_6}+\frac{q_D}{1-q_D}} = 0,0344$$

şi care este echivalent întregii scheme inițiale.

Probabilitatea ca stația de tratare a apei să asigure întreg necesarul de apă de adaos pentru această schema de funcționare va fi:

$$P=1-q_e=0,9656$$

iar durata medie totală anuală cît stația poate asigura tratarea apei de adaos:

$$M[\alpha(T)]=M[\alpha\ (8760)]=P\cdot T=(1-q_e)T=0,9656\cdot 8760=8458,7\ h/an$$

Comparând rezultatele obținute pentru cele două scheme tehnologice de funcționare ale stației de tratare a apei, rezultă că în cazul lipsei legăturii transversale între filtrele H şi degazoare, performanțele stației se înrăutățesc.

5. Să se aplice metodele de determinare a indicatorilor de fiabilitate pentru stația de transformare compusă din două transformatoare de 63 MVA reprezentată în figura 23 .

Intensitățile de defectare, respectiv de reparare, au valorile:

-întreruptor I.T.

λ_{II}=0,0324 10^{-4} h^{-1}; μ_{II}=677,9 10^{-4} h^{-1}

-separator I.T.

λ_{SL}=0.0085 10^{-4} h^{-1}; μ_{SL}=476,2 10^{-4} h^{-1}

-linie

λ_{L}=0,0166 10^{-4} $km^{-1}h^{-1}$; μ_{L}=613,6 10^{-4} h^{-1}

-transformator

λ_{T}=0,057 10^{-4} h^{-1}; μ_{T}=32,46 10^{-4} h^{-1}

-bare I.T.

λ_{BI}=0,0251 10^{-4} h^{-1}; μ_{BI}=1988 10^{-4} h^{-1}

-întreruptor M.T.

λ_{IM}=0,0156 10^{-4} h^{-1}; μ_{IM}=558,6 10^{-4} h^{-1}

-bare M.T.

λ_{BM}=0,019 10^{-4} h^{-1}; μ_{BM}=1988 10^{-4} h^{-1}

-separator bare M.T.

λ_{SBM}=0,003 10^{-4} h^{-1}; μ_{SBI}=588,3 10^{-4} h^{-1}

Stația este alimentată prin două linii de I.T. cu lungimea de 50 km.

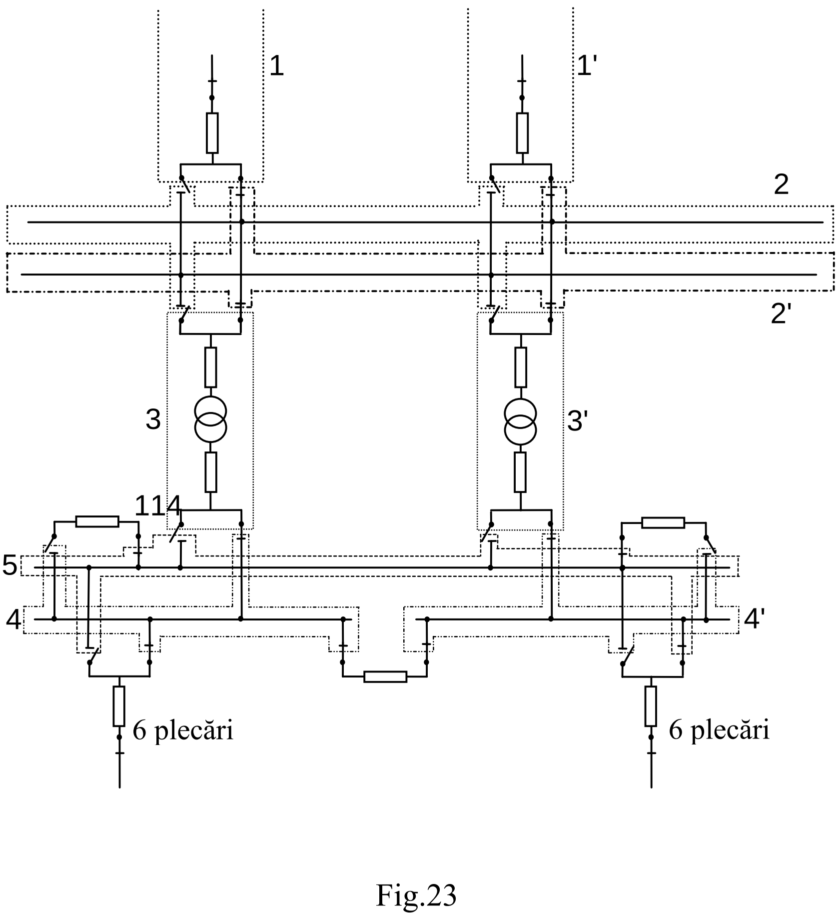

Fig.23

Schema stației de transformare

Rezolvare

Pentru început, prin identificarea elementelor componente care funcționează din punct de vedere probabilistic în serie se reduce prin echivalare numărul elementelor din schemă.

Elementele 1 şi 1' sunt compuse din linie, separator linie, întreruptor linie şi două jumătăţi separator bare; coeficienţii echivalenţi ai acestor elemente sunt:

$$\lambda_1 = \lambda_{1'} = 0{,}0166 \cdot 10^{-4} \cdot 50 + 2 \cdot 0{,}0085 \cdot 10^{-4} + 0{,}0324 \cdot 10^{-4}$$
$$= 0{,}08794 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_1 = \mu_{1'} = \frac{0{,}08794 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0166}{613{,}6} 50 + 2\frac{0{,}0085}{476{,}2} + \frac{0{,}0324}{677{,}9}} = 612{,}32 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementele 2 şi 2' sunt compuse dintr-o bară şi patru separatoare de bare, rezultând coeficienţii echivalenţi:

$$\lambda_2 = \lambda_{2'} = 0{,}0251 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 0{,}0085 \cdot 10^{-4} = 0{,}0591 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_2 = \mu_{2'} = \frac{0{,}0591 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0251}{198} + 2\frac{0{,}0085}{476{,}2}} = 298{,}2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementele 3 şi 3'au în componenţă câte un transformator, două întreruptoare şi două separatoare, pentru care:

$$\lambda_3 = \lambda_{3'} = 0{,}057 \cdot 10^{-4} + 0{,}0324 \cdot 10^{-4} + 0{,}0156 \cdot 10^{-4}$$
$$+ 2 \cdot 0{,}003 \cdot 10^{-4} = 0{,}0954 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_3 = \mu_{3'} = \frac{0{,}0954 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0571}{32{,}46} + \frac{0{,}0324}{677{,}9} + 2\frac{0{,}003}{588{,}3}} = 52{,}59 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementele 4 şi 4' se compun fiecare dintr-o secţie de bare M.T., trei separatoare din celulele de plecare, o jumătate de separator din celula de transformator, o jumătate din separatorul cuplei transversale, o jumătate din separatorul cuplei longitudinale.

$$\lambda_4 = \lambda_{4'} = 0{,}0119 \cdot 10^{-4} + 4{,}5 \cdot 0{,}003 \cdot 10^{-4} = 0{,}0254 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_4 = \mu_{4'} = \frac{0{,}0254 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0119}{596{,}5} + 4{,}5\frac{0{,}003}{588{,}3}} = 592{,}1 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Din elementul 5 fac parte bara M.T., două jumătăţi din separatoarele celulelor de cuplă transversală, 12 jumătăţi din separatoarele celulelor de plecare şi 2 jumătăţi din separatoarele celulelor de transformator.

$$\lambda_5 = 0{,}0119 \cdot 10^{-4} + 16 \cdot 0.5 \cdot 0{,}003 \cdot 10^{-4} = 0{,}0359 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_5 = \frac{0{,}0359 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0119}{596{,}5} + 16 \cdot 0.5\frac{0{,}003}{588{,}3}} = 591 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementul 6 are în alcătuire un întreruptor şi 2 jumătăţi de separator M.T.

$$\lambda_6 = 0{,}0156 \cdot 10^{-4} + 0{,}003 \cdot 10^{-4} = 0{,}0186 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_6 = \frac{0{,}0186 \cdot 10^{-4}}{\frac{0{,}0156}{558{,}6} + \frac{0{,}003}{588{,}3}} = 563 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementele 2 şi 2' pot fi echivalate ţinând cont de faptul că 2' este rezerva elementului 2:

$$\lambda_{22'} = \lambda_2 = 0{,}0591 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_{22'} = 2 \cdot \mu_2 = 596{,}4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Elementul 5 este rezervă pentru 4 şi respectiv pentru 4':

$$\lambda_{45} = \lambda_4 = 0{,}0254 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_{45} = 2 \cdot \mu_4 = 1084{,}2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\lambda_{45'} = \lambda_{4'} = 0{,}0254 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_{45'} = 2 \cdot \mu_{4'} = 1084{,}2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{h}^{-1}$$

Dacă notăm cu S_L puterea transportată pe o linie, respectiv cu S_T puterea tranzitată de un transformator vom avea:

$$S_L < S_T$$
$$2S_L > S_T$$

şi dacă acceptăm că situațiile cu cel puțin trei elemente defecte simultan sunt foarte puțin probabile, rezultă următoarea configurație din punct de vedere al apariției defectelor şi al puterii disponibile pe bara de M.T.

	1	1'	22'	3	3'	45	45'	6
1	S_L	0	0	S_L	S_L	S_L	S_L	2 S_L
1'		S_L	0	S_L	S_L	S_L	S_L	2 S_L
22'			0	0	0	0	0	0
3				S_T	0	S_T	S_T	S_T
3'					S_T	S_T	S_T	S_T
45						2 S_L	0	S_T
45'							2 S_L	2 S_L
6								2 S_L

Tab.5
Depedența între defecte şi puterile disponibile

Pentru datele din tabel, aplicând metoda grupurilor de defectare, vom considera cazul puterii disponibile pe barele de M.T. are nivelul cel puțin egal cu S_T.

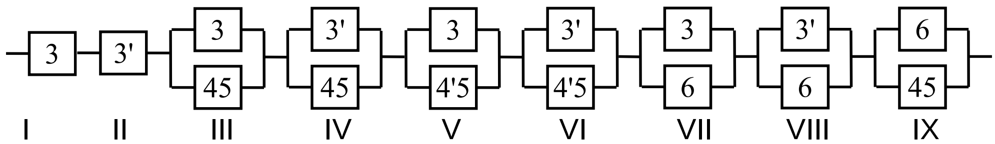

Fig.24
Schema grupurilor de defectare pentru
puterea disponibilă egală cu S_T

Datorită simetriei stației au rezultat şi grupe de defectare identice; din echivalarea elementelor în paralel rezultă:

$$\lambda_{III} = \lambda_{IV} = \lambda_V = \lambda_{VI} =$$
$$= \frac{0{,}0954 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0254 \cdot 10^{-4}\left(52{,}59 \cdot 10^{-4} + 1084{,}2 \cdot 10^{-4}\right)}{52{,}59 \cdot 1084{,}2 \cdot 10^{-8} + 0{,}0954 \cdot 1084{,}2 \cdot 10^{-8} + 0{,}0254 \cdot 52{,}59 \cdot 10^{-8}} =$$
$$= 4{,}8 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_{III} = \mu_{IV} = \mu_V = \mu_{VI} = 52{,}59 \cdot 10^{-4} + 1084{,}2 \cdot 10^{-4} = 11{,}368 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\lambda_{III} = \lambda_{IV} = \lambda_V = \lambda_{VI} =$$
$$= \frac{0{,}0954 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0254 \cdot 10^{-4}\left(92{,}59 \cdot 10^{-4} + 1084{,}2 \cdot 10^{-4}\right)}{52{,}59 \cdot 1084{,}2 \cdot 10^{-8} + 0{,}0954 \cdot 1084{,}2 \cdot 10^{-8} + 0{,}0254 \cdot 52{,}59 \cdot 10^{-8}} =$$
$$= 4{,}8 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{h}^{-1}$$

$$\mu_{VII} = \mu_{VIII} = 52{,}59 \cdot 10^{-4} + 563 \cdot 10^{-4} = 6{,}156 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{h}^{-1}$$

$$\lambda_{IX} = \frac{0{,}0254 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0186 \cdot 10^{-4}\left(1084{,}2 \cdot 10^{-4} + 563 \cdot 10^{-4}\right)}{1084{,}8 \cdot 563 \cdot 10^{-8} + 0{,}0254 \cdot 563 \cdot 10^{-8} + 0{,}0186 \cdot 1084{,}2 \cdot 10^{-8}} =$$

$$= 1{,}273 \cdot 10^{-10} h^{-1}$$

$$\mu_{IX} = 1084{,}8 \cdot 10^{-4} + 563 \cdot 10^{-4} = 6157{,}8 \cdot 10^{-2}\ h^{-1}$$

Echivalarea legării în serie a grupurilor de defectare I÷IX conduce la:

$$\lambda_{ech} = \sum \lambda_i = 175{,}9 \cdot 10^{-6}\ h^{-1}$$

$$\mu_{ech} = \frac{\sum \lambda_i}{\sum \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = 6{,}223 \cdot 10^{-2}\ h^{-1}$$

Probabilitatea de apariție a stării corespunzătoare puterii S_T şi timpul mediu al unei astfel de stări vor fi:

$$P(S_T) = \frac{\lambda_{ech}}{\lambda_{ech} + \mu_{ech}} = 2{,}86 \cdot 10^{-3}$$

$$M\left[T_{S_T}\right] = \frac{1}{\lambda_{ech}} = 5684{,}83\ h$$

Numărul mediu de apariție în T=10 ani al acestei stări este:

$$M\left[\nu(T)\right] = P(S_T) \cdot \lambda_{ech} \cdot T = 0{,}4413 \text{ def / 10 ani}$$

iar durata medie a stării:

$$M\left[\alpha(T)\right] = P(S_T) \cdot T = 25{,}09 \text{ h / 10 ani}$$

Metoda grupurilor de defectare se poate aplica în continuare şi pentru nivelele de putere 0, S_L, $2S_L$ după acelaşi procedeu.

Metoda Monte-Carlo presupune ca pentru elementele prezentate în schema stației şi echivalate în mod corespunzător (1, 1', 22', 3, 3',45, 4'5, 6) să se genereze secvențe de 8 numere pseudoaleatoriu.

Din compararea probabilității de funcționare sau de defectare corespunzătoare fiecărui element cu valoarea numărului generat pentru elementul respectiv, se deduce starea sistemului şi nivelul de putere.

Rezultatele comparative pentru metodele grupurilor de defectare, Monte-Carlo cu un număr de 10^4 secvențe generate şi matriceală sunt prezentate în tabelul următor.

Nivel de putere	Metoda grupurilor de defectare	Metoda Monte-Carlo	Metoda matriceală
0	$4{,}803 \cdot 10^{-6}$	0	$4{,}4195 \cdot 10^{-6}$
S_L	$2{,}492 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2 \cdot 10^{-3}$	$2{,}4567 \cdot 10^{-3}$
S_T	$2{,}864 \cdot 10^{-3}$	$3{,}4 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6286 \cdot 10^{-3}$
$2S_L$	$3{,}303 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$3{,}283 \cdot 10^{-5}$
Toate elementele în funcțiune	0,99463	0,9943	0,99386

Tab.6
Prezentarea comparativă a rezultatelor metodelor
de determinare a parametrilor de fiabilitate